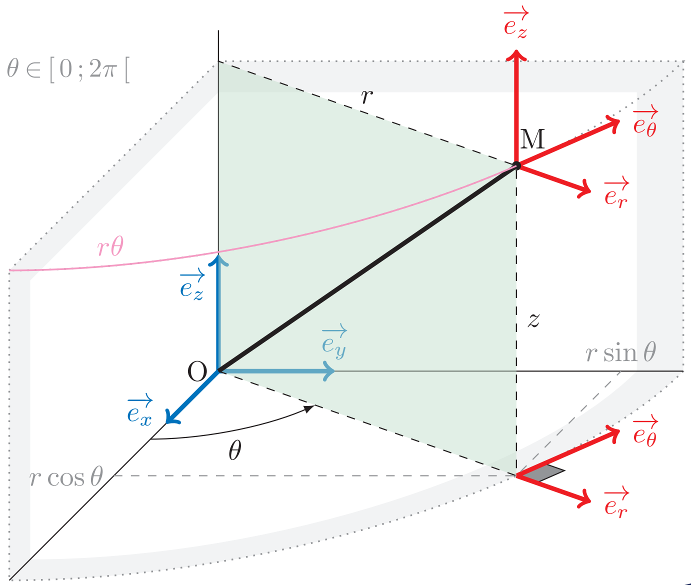
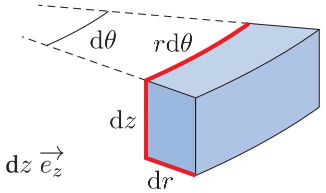
AIDE-MÉMOIRE : SYSTÈMES DE COORDONNÉES

Coordonnées cylindriques

$\theta \in [0\,;2\pi[$



élément différentiel



$\overrightarrow{\mathrm{OM}} = r\,\overrightarrow{e_r} + z\,\overrightarrow{e_z}$

$\mathrm{dV} = \mathrm{d}r \times r\mathrm{d}\theta \times \mathrm{d}z$

$\mathrm{d}\overrightarrow{\mathrm{OM}} = \mathrm{d}r\,\overrightarrow{e_r} + r\mathrm{d}\theta\,\overrightarrow{e_\theta} + \mathrm{d}z\,\overrightarrow{e_z}$

$\overrightarrow{v} = \dot{r}\,\overrightarrow{e_r} + r\dot{\theta}\,\overrightarrow{e_\theta} + \dot{z}\,\overrightarrow{e_z}$

$\overrightarrow{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\overrightarrow{e_r} + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\overrightarrow{e_\theta} + \ddot{z}\,\overrightarrow{e_z}$

On obtient dV en faisant un dessin.

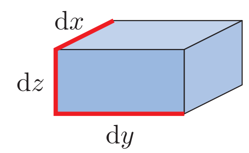
dV donne les coordonnées de $\mathrm{d}\overrightarrow{\mathrm{OM}}$.

$\mathrm{d}\overrightarrow{\mathrm{OM}}$ fournit $\overrightarrow{v}$ en divisant par dt.

plan $z = \mathrm{C^{te}}$

Coordonnées cartésiennes

élément différentiel



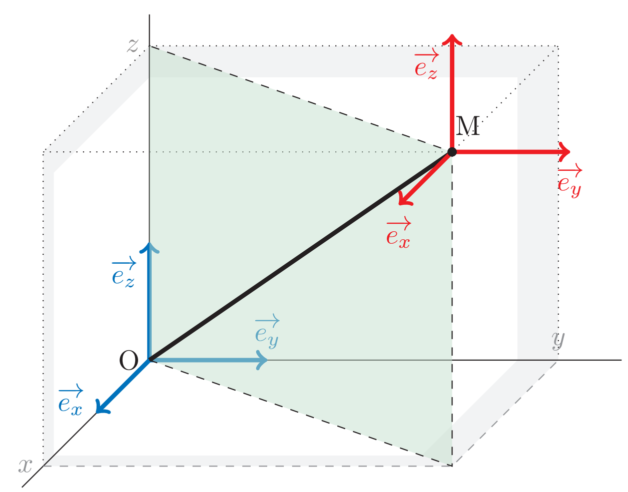
$\overrightarrow{\mathrm{OM}} = x\,\overrightarrow{e_x} + y\,\overrightarrow{e_y} + z\,\overrightarrow{e_z}$

$\mathrm{dV} = \mathrm{d}x \times \mathrm{d}y \times \mathrm{d}z$

$\mathrm{d}\overrightarrow{\mathrm{OM}} = \mathrm{d}x\,\overrightarrow{e_x} + \mathrm{d}y\,\overrightarrow{e_y} + \mathrm{d}z\,\overrightarrow{e_z}$

$\overrightarrow{v} = \dot{x}\,\overrightarrow{e_x} + \dot{y}\,\overrightarrow{e_y} + \dot{z}\,\overrightarrow{e_z}$

$\overrightarrow{a} = \ddot{x}\,\overrightarrow{e_x} + \ddot{y}\,\overrightarrow{e_y} + \ddot{z}\,\overrightarrow{e_z}$



mobile en translation, cinétique des gaz, cristallographie… et système de coordonnées par défaut

fibre optique, gazoduc, diffusion thermique radiale…

Coordonnées polaires

$\overrightarrow{\mathrm{OM}} = r\overrightarrow{e_r}$

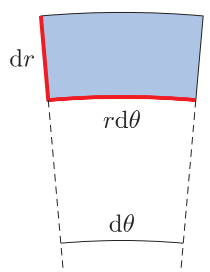
$\mathrm{dS} = \mathrm{d}r \times r\mathrm{d}\theta$

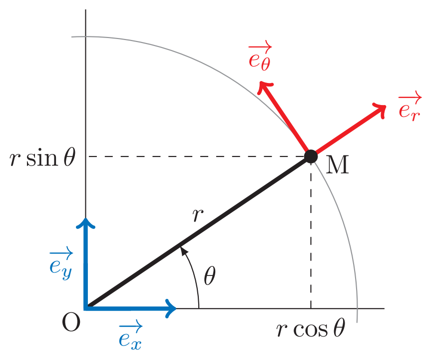
$\mathrm{d}\overrightarrow{\mathrm{OM}} = \mathrm{d}r\overrightarrow{e_r} + r\mathrm{d}\theta\overrightarrow{e_\theta}$

$\overrightarrow{v} = \dot{r}\overrightarrow{e_r} + r\dot{\theta}\overrightarrow{e_\theta}$

$\overrightarrow{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\overrightarrow{e_r} + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\overrightarrow{e_\theta}$

élément différentiel





satellite, manège, pendule simple, cyclotron…

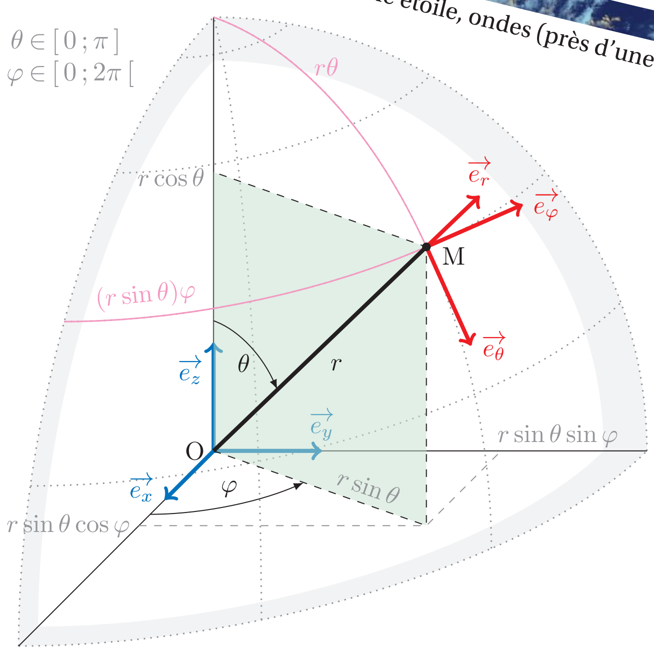
champ de gravitation, étude d'une étoile, ondes (près d'une source), pendule de Foucault, orbitales atomiques…

plan $\varphi = \mathrm{C^{te}}$

Coordonnées sphériques

$\theta \in [0\,;\pi]$

$\varphi \in [0\,;2\pi[$



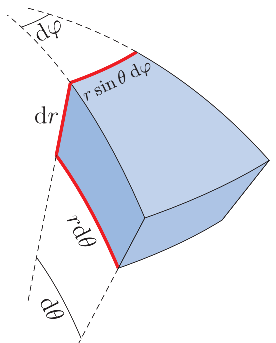
$\overrightarrow{\mathrm{OM}} = r\,\overrightarrow{e_r}$

$\mathrm{dV} = \mathrm{d}r \times r\,\mathrm{d}\theta \times r\sin\theta\,\mathrm{d}\varphi$

$\mathrm{d}\overrightarrow{\mathrm{OM}} = \mathrm{d}r\,\overrightarrow{e_r} + r\,\mathrm{d}\theta\,\overrightarrow{e_\theta} + r\sin\theta\,\mathrm{d}\varphi\,\overrightarrow{e_\varphi}$

$\overrightarrow{v} = \dot{r}\,\overrightarrow{e_r} + r\dot{\theta}\,\overrightarrow{e_\theta} + r\sin\theta\,\dot{\varphi}\,\overrightarrow{e_\varphi}$

En mathématiques, l'usage est que θ mesure l'angle $(\overrightarrow{\mathrm{OM}}, x\mathrm{O}y)$ plutôt que l'angle $(\overrightarrow{\mathrm{OM}}, \mathrm{O}z)$, ce qui revient à $\theta \longleftrightarrow \frac{\pi}{2} - \theta$. Les angles φ et θ de ces coordonnées « sphériques géographiques » sont analogues à la longitude et à la latitude.



élément différentiel