

**ÉCOLE POLYTECHNIQUE**  
**ÉCOLE SUPÉRIEURE DE PHYSIQUE ET CHIMIE INDUSTRIELLES**

CONCOURS 2004

**FILÈRE MP** - OPTION PHYSIQUE ET SCIENCES DE L'INGÉNIEUR      **FILÈRE PC**

**COMPOSITION D'INFORMATIQUE**

(Durée : 2 heures)

L'utilisation des calculatrices **n'est pas autorisée** pour cette épreuve.

Le langage de programmation choisi par le candidat doit être spécifié en tête de la copie.

\* \* \*

**Compression ternaire**

*On attachera une grande importance à la concision, à la clarté, et à la précision de la rédaction. On supposera que le langage de programmation utilisé possède deux opérations  $x \operatorname{div} y$  et  $x \operatorname{mod} y$  donnant le quotient et le reste de la division euclidienne de  $x$  par  $y$ .*

Le temps d'exécution  $T(f)$  d'une fonction  $f$  est le nombre d'opérations élémentaires (addition, soustraction, multiplication, division, affectation, etc.) nécessaire au calcul de  $f$ . Lorsque ce temps d'exécution dépend d'un paramètre  $n$ , il sera noté  $T_n(f)$ . On dit que la fonction  $f$  s'exécute :

- en temps linéaire en  $n$ , s'il existe  $K > 0$  tel que pour tout  $n$ ,  $T_n(f) \leq Kn$  ;
- en temps quadratique en  $n$ , s'il existe  $K > 0$  tel que pour tout  $n$ ,  $T_n(f) \leq Kn^2$ .

**Nombres ternaires**

En base 3, les entiers 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 sont représentés par 00, 01, 02, 10, 11, 12, 20, 21, 22. Le chiffre de poids fort de bc est  $b$  ; le chiffre de poids faible est  $c$ .

**Question 1.** Écrire la fonction `entier(b, c)` retournant l'entier compris entre 0 et 8 qui s'écrit bc en base 3.

**Question 2.** Soit  $x$  un entier vérifiant  $0 \leq x \leq 8$ . Écrire une fonction `poidsFort(x)` retournant le chiffre de poids fort de  $x$  en base 3. Écrire la fonction `poidsFaible(x)` retournant le chiffre de poids faible de  $x$ .

### Textes ternaires

Dans ce problème, les textes sont représentés en représentation ternaire. Un savant russe nous a convaincus de la pertinence de ce choix plus compact que la représentation binaire. Un texte est rangé dans un tableau  $t$  de  $N$  caractères vérifiant  $t[i] \in \{0, 1, 2\}$  pour tout  $i$  vérifiant  $0 \leq i < N - 1$ ; par ailleurs  $t[N - 1] = X > 2$  (le dernier caractère n'est pas ternaire). On suppose  $N \geq 1$ .

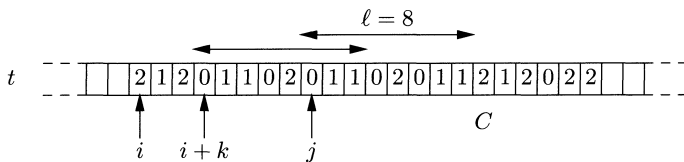
Quelques définitions sont nécessaires : la chaîne de caractères de longueur  $\ell$  démarrante en  $i$  est la suite  $\langle t[i], t[i + 1], \dots, t[i + \ell - 1] \rangle$ . On dira que deux chaînes  $\langle t[i], t[i + 1], \dots, t[i + \ell - 1] \rangle$  et  $\langle t[j], t[j + 1], \dots, t[j + \ell' - 1] \rangle$  sont égales si  $\ell = \ell'$  et  $t[i + k] = t[j + k]$  pour  $0 \leq k < \ell$ .

**Question 3.** Écrire une fonction `longueurMotif(t, i, j, m)` qui retourne, en temps linéaire par rapport à  $N$ , la plus grande longueur  $\ell$  d'une chaîne démarrante en  $i$  égale à une chaîne démarrante en  $j$ . En outre, cette longueur doit vérifier  $\ell \leq m$ .

**Question 4.** On suppose  $i < j$ . Écrire une fonction `longueurMotifMax(t, i, j, m)` qui retourne, en temps quadratique par rapport à  $N$ , la plus grande longueur  $\ell$  d'une chaîne démarrante en  $i + k$  égale à une chaîne démarrante en  $j$  pour  $0 \leq k < m$ . En outre, on exige  $i + k < j$  et  $\ell \leq m$ .

On suppose qu'il existe trois variables globales entières  $A, L, C$ .

**Question 5.** Modifier la fonction précédente pour obtenir la fonction `motifMax(t, i, j, m)` qui rend, en temps quadratique, dans  $L$  la plus grande longueur  $\ell$  d'une chaîne démarrante en  $i + k$  égale à une chaîne démarrante en  $j$  pour  $0 \leq k < m$ ; qui rend dans  $A$  la valeur de  $k$  pour lequel  $i + k$  est l'indice de départ de cette chaîne de longueur maximale; qui rend enfin dans  $C$  le caractère suivant cette chaîne à partir de  $j$  dans  $t$ . À nouveau, cette longueur doit vérifier  $\ell \leq m$ . Et on a  $i + k < j$  (cf. l'exemple dans la figure suivante).



$$A = k = 3; L = \ell = 8; C = 2$$



---

Pour la décompression, on produit d'abord 9 caractères 0. On considère ensuite tous les triplets  $(A, L, C)$  représentés par 5 caractères ternaires consécutifs et on recrée la chaîne originale jusqu'au dernier triplet dont la composante  $C$  n'est pas comprise entre 0 et 2.

**Question 8.** Écrire une fonction `décompresser(tc)` qui prend un texte ternaire  $tc$  correspondant à du texte compressé et imprime sur le terminal de sortie le texte décompressé correspondant.

\* \*  
\*