

Mines Physique 2 PSI 2022 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Jimmy Roussel (professeur agrégé en école d'ingénieurs) ; il a été relu par Stéphane Ravier (professeur en CPGE) et Émilie Frémont (professeur en CPGE).

Que ce soit en laboratoire ou dans l'industrie, la mesure et le contrôle de grandeurs physiques passe le plus souvent par l'utilisation d'un capteur qui convertit la grandeur physique recherchée en une grandeur électrique. Le capteur de déplacement est couramment utilisé, notamment parce que de nombreuses grandeurs physiques (force, pression, accélération,...) peuvent être reliées à un déplacement. Le problème de cette épreuve porte sur l'étude d'un capteur de position particulier, dit LVDT, constitué d'un circuit primaire alimenté et couplé à deux circuits secondaires via un noyau ferromagnétique mobile. Le sujet est divisé en quatre parties indépendantes.

- Dans la partie I, on analyse les propriétés électromagnétiques du capteur dans son état de référence, c'est-à-dire lorsque le déplacement du noyau est nul. La structure du champ magnétique est étudiée et modélisée afin de calculer les inductances mutuelles entre circuits primaire et secondaires.
- La deuxième partie s'intéresse aux modifications que produit le déplacement du noyau. On montre notamment que la tension différentielle présente une amplitude reliée à ce déplacement.
- Le conditionnement du signal qui alimente le circuit primaire fait l'objet de la troisième partie. Un oscillateur à base d'ALI permet de générer un signal triangulaire d'amplitude et de fréquence ajustables. La conversion en un signal sinusoïdal est réalisée à l'aide d'un conformateur à diodes.
- Enfin, la dernière partie aborde un exemple d'application : l'accéléromètre.

Avec des questions sur l'électromagnétisme, l'électronique et la mécanique, le problème couvre le programme des deux années. L'énoncé comporte beaucoup d'informations ; il fallait donc identifier rapidement les informations pertinentes pour traiter les questions. Dans l'ensemble, cette épreuve, bien qu'assez longue, est progressive et bien guidée.

INDICATIONS

Partie I

- 1 Dans l'approximation des régimes quasi permanents, le courant de déplacement est à négliger.
- 6 Comment se transforme \vec{B} par rapport au plan orthogonal à \vec{u}_z passant par O ?
- 8 Appliquer le théorème d'Ampère en choisissant un contour rectangulaire situé à cheval entre l'intérieur et l'extérieur du noyau ferromagnétique.
- 11 L'inductance mutuelle est définie par $\phi_k = M_k i_p$ où ϕ_k est le flux magnétique reçu par le secondaire k de la part du circuit primaire.

Partie III

- 20 L'ALI (A_3) fonctionne en régime saturé ; il faut donc distinguer les deux cas : les saturations haute et basse.
- 21 Remarquer que $v_e = v_s = \pm V_{\text{sat}}$.
- 24 Montrer, à l'aide d'un raisonnement par l'absurde, que les deux diodes ne peuvent conduire simultanément le courant.
- 28 Noter qu'aucune diode ne laisse passer le courant.
- 29 On peut remplacer une diode passante par une source idéale de f.c.é.m. U_s .

Partie IV

- 33 L'énergie magnétique du noyau varie-t-elle lors d'un déplacement z ?
- 34 Appliquer le principe fondamental de la dynamique ou le théorème de la puissance cinétique en négligeant l'épaisseur de la masse sismique. Attention, le mouvement a lieu suivant un axe orthogonal à la pesanteur.
- 36 L'équation caractéristique associée à l'équation différentielle doit admettre des solutions réelles.
- 37 Supposer que l'accélération γ_1 est constante au moins durant le temps de réponse de l'accéléromètre.

ÉTUDE PHYSIQUE D'UN CAPTEUR DE POSITION

I. ÉTUDE DE L'ÉTAT DE RÉFÉRENCE

1 Dans l'ARQP, l'équation de Maxwell-Ampère s'écrit

$$\vec{\text{rot}} \vec{H} = \vec{j}$$

relation dans laquelle \vec{j} désigne la densité volumique de courant associée aux porteurs de charge libres. Il en découle la formulation générale du théorème d'Ampère :

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = I_{\text{enlacé}}$$

où $I_{\text{enlacé}}$ désigne l'intensité algébrique des courants libres enlacés par le contour C.

2 L'équation locale de Maxwell-Thomson est

$$\text{div} \vec{B} = 0$$

Elle traduit la conservation du flux magnétique le long d'un tube de champ, puisque

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \iiint_V \text{div} \vec{B} d\tau = 0$$

L'équation de Maxwell-Thomson est une relation qui décrit une propriété fondamentale du champ magnétique et qui dépasse le cadre de l'approximation des régimes quasi permanents.

3 Le champ magnétique présente la propriété de symétrie suivante : en tout point d'un plan de symétrie d'une distribution de courant, le champ magnétique créé par ces courants est orthogonal à ce plan. Dans la situation qui nous intéresse, le plan orthogonal à \vec{u}_z et passant par O est un plan de symétrie de la distribution de courant. Par conséquent,

$$\vec{B}(r, \theta, z = 0) = B_z(r, \theta, z = 0) \vec{u}_z$$

4 La distribution de courant présente une symétrie de révolution d'axe Oz ce qui rend invariants les composantes du champ magnétique vis-à-vis de la coordonnée θ :

$$\vec{B} = B_r(r, z) \vec{u}_r + B_\theta(r, z) \vec{u}_\theta + B_z(r, z) \vec{u}_z$$

avec $B_r(r, 0) = B_\theta(r, 0) = 0$ d'après la question précédente. Par ailleurs, le plan $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$ est un plan d'antisymétrie de la distribution de courant, c'est-à-dire de symétrie du champ magnétique. Ce dernier n'a donc pas de composante suivant \vec{u}_θ :

$$\vec{B} = B_r(r, z) \vec{u}_r + B_z(r, z) \vec{u}_z$$

Enfin, l'axe Oz est l'intersection d'une infinité de plans de symétrie du champ, ce qui impose à \vec{B} d'être selon cet axe pour les points y appartenant. Pour résumer,

$$\vec{B} = B_r(r, z) \vec{u}_r + B_z(r, z) \vec{u}_z \quad \text{avec} \quad \begin{cases} B_r(r, 0) = 0 \\ B_r(0, z) = 0 \end{cases}$$

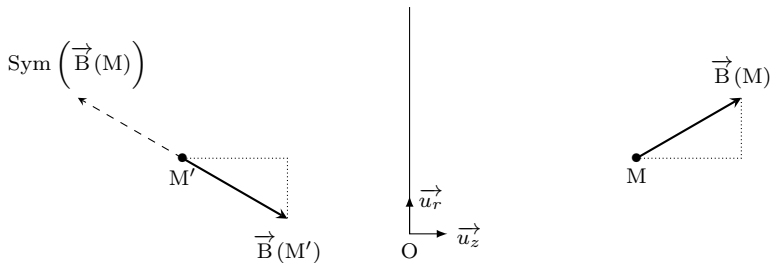
5 On vérifie sur la simulation fournie que :

- les lignes de champ coupent le plan $z = 0$ perpendiculairement, comme prévu à la question 3 ;
- les lignes de champ sont dans le plan de coupe contenant l'axe Oz ;
- l'axe Oz est une ligne de champ.

Le résultat de la simulation est bien accord avec les questions 3 et 4.

6 Nous avons déjà vu que le plan orthogonal à \vec{u}_z et passant par O est un plan de symétrie de la distribution de courant. Du fait du caractère axial du champ magnétique, il en découle que ce plan est un plan d'antisymétrie vis-à-vis de \vec{B} . En d'autres termes, si l'on note M' le symétrique de M , on a

$$\vec{B}(M') = -\text{Sym}(\vec{B}(M))$$

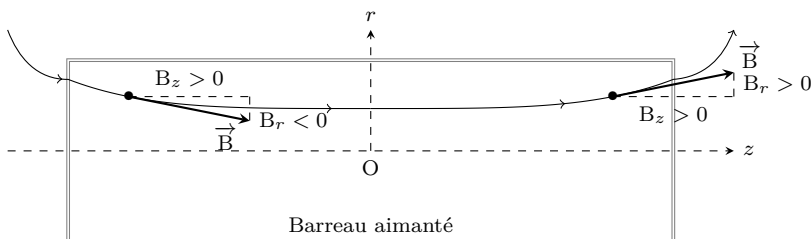


On voit immédiatement sur la figure ci-dessus que

$$B_z(r, -z) = B_z(r, z) \quad \text{et} \quad B_r(r, -z) = -B_r(r, z)$$

B_z est une fonction paire et B_r une fonction impaire de z , ce que confirme la figure 4.

7 Le circuit primaire étant alimenté par un courant d'intensité algébrique $i_p > 0$, il crée un « flux magnétique algébrique orienté selon \vec{u}_z ». Par conséquent, les lignes de champ magnétique dans le noyau sont orientées suivant $+\vec{u}_z$.



Le tracé d'une ligne de champ dans le barreau montre que l'on a

$$\begin{cases} B_z > 0 \\ B_r > 0 \end{cases} \quad \text{quand } z > 0 \quad \text{et} \quad \begin{cases} B_z > 0 \\ B_r < 0 \end{cases} \quad \text{quand } z < 0$$