

CCINP Physique et Chimie PSI 2022 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Louis Salkin (professeur en CPGE) et Alexandre He-rault (professeur en CPGE) ; il a été relu par Julien Dumont (professeur en CPGE) et Stéphane Ravier (professeur en CPGE).

Ce sujet a pour thème le développement durable. Il est composé de six parties indépendantes.

- Dans la partie I, consacrée à la chimie, on s'intéresse au traitement des eaux rejetées par l'industrie du cuir. On cherche à éliminer les résidus de chrome, puis de cyanure, et à récupérer de l'or pouvant être présent dans les effluents. L'oxydoréduction est le thème central de cette partie. On travaille sur des diagrammes potentiel-pH et des courbes courant-potentiel. Les questions restent dans l'ensemble très classiques.
- La deuxième partie aborde le processus de décantation dans le traitement des eaux. Au moyen d'une approche statique puis dynamique, on décrit les mécanismes gouvernant le mouvement de particules polluantes dans un bassin d'eau, en mettant en évidence la compétition entre sédimentation et diffusion.
- Une résolution de problème est proposée dans la troisième partie. L'objectif est d'évaluer, au moyen des données numériques fournies, le nombre de foyers pouvant être alimentés par une ferme solaire constituée de panneaux photovoltaïques.
- La quatrième partie présente un séparateur à courants de Foucault. Reposant sur le phénomène d'induction électromagnétique, ce système est capable de trier les déchets selon leurs propriétés électriques et magnétiques. On développe et met en équation le fonctionnement de ce dispositif.
- Dans la cinquième partie, on exploite la combustion du biométhane permettant de faire fonctionner une installation avec une turbine à gaz. On s'intéresse au cycle thermodynamique décrit par cette machine ditherme motrice et on détermine les échanges d'énergie sur les différentes étapes de ce cycle.
- Enfin, la sixième partie est consacrée à la machine synchrone. Dans cette partie proche du cours, on développe les raisonnements et équations permettant de comprendre le principe de fonctionnement de cette machine.

Ce sujet intéressant aborde des thématiques variées tout en suivant le fil rouge du développement durable. Sa difficulté n'est pas excessive, les questions posées sont assez classiques. Le fait que les parties soient indépendantes offre la possibilité de réviser certains chapitres de manière ciblée, selon les besoins ou les envies.

INDICATIONS

- 1 La réaction de transfert de protons est en fait donnée quelques lignes plus bas dans l'énoncé.
- 2 Se placer à l'apparition du premier cristal et utiliser la relation de l'équilibre.
- 3 Attention à la convention de tracé sur la concentration en élément chrome. Il y a deux atomes de chrome dans $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$.
- 4 On rappelle que $RT \ln(10)/\mathcal{F} = 0,06 \text{ V}$, valeur absente des données de l'énoncé.
- 5 Si l'on superposait les domaines des espèces du cyanure, où serait le domaine de CN^- par rapport à celui de ClO^- ?
- 6 Il s'agit de la médiamutation qui forme du dichlore.
- 8 Aucun courant ne doit circuler dans l'électrode de travail.
- 11 Quelle espèce risque-t-on de réduire en abaissant trop le potentiel ?
- 17 En régime permanent, on a la relation

$$\vec{j}_D + \vec{j} = \vec{0}$$

En déduire l'équation différentielle vérifiée par la densité $n(z)$ et la résoudre.

- 18 Exprimer de deux manières différentes le nombre de particules présentes dans une tranche de bassin d'épaisseur dx : d'une part en fonction de N_0 , d'autre part au moyen d'une intégrale sur la fonction $n(z)$.
- 22 Supposer l'onde lumineuse plane, progressive et monochromatique. Déterminer la moyenne temporelle du vecteur de Poynting en fonction de E_0 et calculer son flux à travers la surface de la ferme solaire pour obtenir la puissance rayonnée. Connaissant le rendement des cellules photovoltaïques, en déduire la puissance électrique récupérée.
- 24 Dans une description volumique, la force de Laplace s'écrit

$$\vec{F}_L = \int_{\tau} \vec{j} \, d\tau \wedge \vec{B}$$

La taille de la particule étant très petite devant $1/k$, $\cos^2(\omega t - kx)$ peut sortir de l'intégrale.

- 26 Exploiter le fait que $V_1 > V_3$.
- 28 Écrire les équations de réaction de combustion des deux carburants en présence de O_2 , les produits étant CO_2 et H_2O . Penser à les équilibrer, puis utiliser les pouvoirs calorifiques de chaque carburant fournis dans l'énoncé.
- 29 La transformation subie par le fluide dans la turbine (étape 2-3) est isentropique.
- 36 Exploiter le graphe de la question précédente et le principe de superposition.
- 42 Pour l'analyse de stabilité du fonctionnement moteur, étudier l'effet d'une perturbation sur θ_0 , induite par exemple par un freinage du rotor, et écrire un critère sur le couple $\langle \Gamma_z \rangle$ permettant d'assurer un fonctionnement stable.

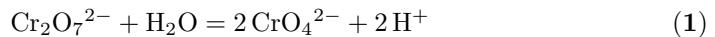
DÉVELOPPEMENT DURABLE

I. TRAITEMENT DES EFFLUENTS ET RÉCUPÉRATION DE MÉTAUX PRÉCIEUX

1 En attribuant à l'oxygène le nombre d'oxydation $-II$, on obtient pour le chrome dans les différentes les espèces les nombres d'oxydation suivants :

| espèces | $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$ | CrO_4^{2-} | Cr^{3+} | $\text{Cr}(\text{OH})_3(\text{s})$ | Cr^{2+} | $\text{Cr}(\text{s})$ |
|----------|------------------------------|---------------------|------------------|------------------------------------|------------------|-----------------------|
| n.o.(Cr) | +VI | +VI | +III | +III | +II | 0 |

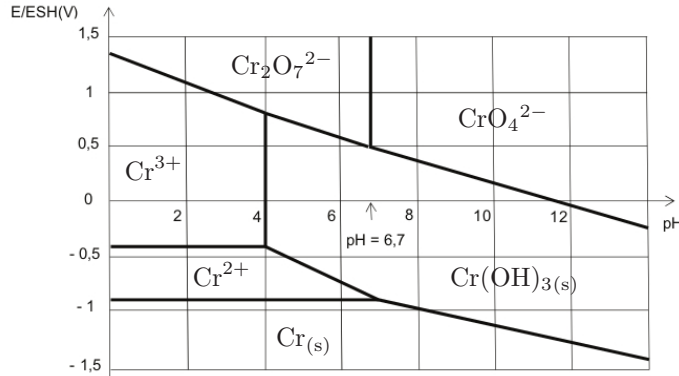
Les espèces $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$ et CrO_4^{2-} sont au même degré d'oxydation pour le chrome. On peut écrire le transfert de proton suivant entre elles :



Ceci montre que $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$ est l'acide (donneur de protons) et CrO_4^{2-} est la base (accepteur de protons).

L'énoncé répond lui-même à cette question : l'équation de la réaction de transfert de protons est donnée juste quelques lignes plus bas. Il est toujours utile de parcourir rapidement l'énoncé avant de commencer à composer.

Dans un diagramme E-pH, les espèces les plus oxydées sont en haut et les espèces basiques sont à droite. On attribue donc les domaines du diagramme comme suit :



2 On lit sur le diagramme que l'hydroxyde de chrome III précipite à partir de

$$\text{pH} = 4$$

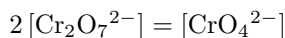
À l'apparition du premier cristal de précipité, on a

$$K_s = \frac{[\text{Cr}^{3+}][\text{OH}^-]^3}{(c^\circ)^4}$$

Or, $\text{pH} = 4$ et $[\text{Cr}^{3+}] = 0,1 \text{ mol.L}^{-1}$

d'où
$$K_s = 0,1 \times (10^{-10})^3 = 10^{-31}$$

3 On lit graphiquement que le pH de la frontière est égal à 6,7. D'après la convention de tracé, sur la frontière,



de sorte que les concentrations en élément chrome soient identiques pour les deux composés. Par ailleurs, la concentration totale en élément chrome dissous est

$$2 [\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}] + [\text{CrO}_4^{2-}] = 0,1 \text{ mol.L}^{-1}$$

d'où $[\text{CrO}_4^{2-}] = 0,05 \text{ mol.L}^{-1}$ et $[\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}] = 0,025 \text{ mol.L}^{-1}$

L'équilibre de la réaction (1) impose

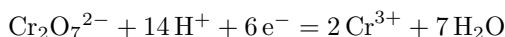
$$K_1^\circ = \frac{[\text{CrO}_4^{2-}]^2 [\text{H}^+]^2}{[\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}] (c^\circ)^3}$$

soit
$$K_1^\circ = \frac{(5 \cdot 10^{-2})^2 \times 10^{-2 \times 6,7}}{2 \cdot 5 \cdot 10^{-2}} = 10^{-14,4}$$

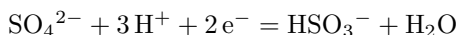
Ainsi,

$$\boxed{\text{p}K_1 = 14,4}$$

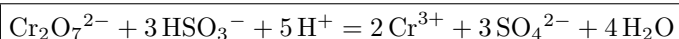
4 Écrivons tout d'abord les demi-équations électroniques des couples impliqués :



et



d'où le bilan, pour 6 électrons échangés au global,



La constante d'équilibre K° d'une réaction d'oxydoréduction est telle que

$$\log K^\circ = \frac{n}{0,06} (E_{\text{ox}}^\circ - E_{\text{red}}^\circ)$$

avec n le nombre d'électrons échangés, $RT \ln(10)/\mathcal{F} = 0,06 \text{ V}$ (relation habituellement donnée dans les énoncés mais absente ici), E_{ox}° le potentiel standard du couple de l'oxydant et E_{red}° celui du réducteur. Pour la réaction précédente, cela donne

$$\log K_2^\circ = \frac{6}{0,06} [E^\circ(\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}/\text{Cr}^{3+}) - E^\circ(\text{SO}_4^{2-}/\text{HSO}_3^-)]$$

AN:

$$\log K_2^\circ = 100 \times (1,33 - 0,17) = 116$$

soit

$$\boxed{K_2^\circ = 10^{116}}$$

Comme $K_2^\circ \gg 1$, la réaction est **quantitative**.

5 Le potentiel standard du couple CNO^-/CN^- est égal à $-0,13 \text{ V}$ si bien que la droite (qui plus est décroissante) frontière entre les deux espèces est bien en dessous du domaine de ClO^- donné à la figure 2. Ainsi, le domaine de prédominance de CN^- (sous la droite frontière) est donc disjoint de celui de ClO^- : la réaction entre ces deux espèces est quantitative.

6 L'eau de Javel est une solution équimolaire de Cl^- et de ClO^- . En milieu acide, les ions hypochlorite ClO^- se protonent pour former l'acide hypochloreux HClO qui possède un domaine disjoint de celui des ions chlorure Cl^- si le pH devient trop faible. Les deux espèces réagissent entre elles selon une réaction de médiamutation pour former du dichlore Cl_2 , gaz très toxique, selon la réaction

