

Centrale Physique et Chimie 2 MP 2022 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Alexandre Herault (professeur en CPGE) et Valentin Raban (professeur en CPGE) ; il a été relu par Nicolas Goy (professeur en CPGE), Émilie Frémont (professeur en CPGE) et Stéphane Ravier (professeur en CPGE).

L'énoncé porte sur l'étude de bouées, dites « houlographes », embarquant des dispositifs de mesure de la houle. Il traite principalement d'électrochimie, de mécanique, de filtrage et de magnétostatique.

- Dans la partie I, consacrée à la chimie, on s'intéresse à la corrosion de l'acier qui compose la coque des bouées. L'oxydoréduction est le thème central, on utilise un diagramme potentiel-pH ainsi que des courbes courant-potentiel.
- La partie II est consacrée à l'étude d'une plateforme stabilisatrice. Après l'introduction de la poussée d'Archimède, elle interroge la stabilité de la plateforme par une succession de questions très guidées terminant sur une élégante analogie avec une situation d'électrostatique. Elle se poursuit par l'étude d'un pendule, en référentiel galiléen d'abord puis non galiléen par la suite, pour terminer sur la discussion du filtrage mécanique des déplacements transverses dus aux vagues.
- Dans la partie III est discuté le filtrage, analogique mais également numérique, du signal acquis par l'accéléromètre placé sur la plateforme. Cette partie est beaucoup plus courte et moins guidée que les autres.
- Enfin, la partie IV aborde un dispositif de mesure de l'inclinaison de la bouée. Ce dernier repose sur l'induction mutuelle entre deux circuits. La partie commence par l'étude du champ magnétique créé par un ensemble de deux bobines dans un dispositif dit « de Helmholtz » puis termine sur une description du couplage inductif entre les deux circuits permettant de remonter à l'angle d'inclinaison entre ceux-ci. Cette partie repose essentiellement sur la discussion de trois graphiques, la quasi-totalité des questions de la partie IV-A y faisant référence.

L'épreuve propose ainsi quatre parties bien distinctes, de longueur et de difficulté plutôt homogènes. La partie II peut judicieusement être travaillée pour réviser largement la mécanique du point, en référentiel galiléen et non galiléen. Notons que la poussée d'Archimède, hors-programme en MP, y est introduite assez clairement. La partie IV permet quant à elle de se confronter à une étude de documents approfondie, avec huit questions portant sur l'analyse de trois d'entre eux. Le sujet reste globalement bien guidé et très proche de raisonnements rencontrés en cours.

INDICATIONS

Partie I

- 2 Se placer à la frontière entre Fe^{2+} et Fe puis exprimer le potentiel de Nernst. Se placer ensuite à l'apparition du premier cristal de $\text{Fe}(\text{OH})_{2(s)}$ et appliquer la relation de l'équilibre.
- 4 Déterminer le produit d'oxydation du fer en regardant le domaine de l'oxydant O_2 . Tant que l'espèce du fer a un domaine disjoint de celui-ci, l'oxydation se poursuit.
- 6 On ne peut oxyder que le fer, alors que l'on peut réduire deux espèces : le dioxygène dissous et le solvant.
- 10 Les électrons produits par l'oxydation de l'aluminium circulent vers l'acier et y sont consommés en surface pour réduire le dioxygène dissous.
- 11 Cherchez le point de fonctionnement pour lequel les densités de courant anodique et cathodique sont égales en valeur absolue.
- 12 Exprimer la charge circulant à l'aide de la densité de courant de corrosion, puis à l'aide de la quantité de matière d'aluminium oxydé.

Partie II

- 14 Le fluide déplacé est le fluide qui serait à la place du solide si celui-ci était absent.
- 20 Le couple est nul à l'équilibre. Ensuite, si le dispositif est décalé de sa position d'équilibre stable, le couple doit l'y ramener spontanément.
- 30 Dans le domaine de fréquences intéressant, trouver graphiquement le gain maximal pour la plateforme stabilisatrice.

Partie III

- 33 Trouver par homogénéité l'ordre de grandeur de la fréquence de coupure. On veut ensuite filtrer efficacement les fréquences de 1 Hz donc la coupure doit être au moins une décade en dessous.
- 34 Revenir à l'équation différentielle vérifiée par U_S et approximer les dérivées par des différences finies.

Partie IV

- 36 Étudier les invariances et symétries des courants.
- 38 Faire l'approximation que le contour \mathcal{C} de la figure D est circulaire, puis utiliser le théorème d'Ampère. Estimer l'intensité du champ magnétique à l'aide de l'échelle de couleur.
- 39 Mesurer graphiquement l'angle que fait le champ magnétique en A sur la figure D par rapport à l'horizontale et comparer avec la lecture sur la figure E des valeurs des projections du champ magnétique $B_r(A)$ et $B_3(A)$.
- 40 Rappeler que le flux de \vec{B} à travers une surface fermée est nul puis appliquer cette propriété en choisissant comme surface un petit cylindre autour de l'axe (Ω, \vec{u}_3) .
- 44 Calculer le flux du champ magnétique créé par le circuit \mathcal{C}_1 à travers le circuit \mathcal{C}_2 en exploitant l'expression de la question 42.
- 46 Si le voltmètre a une grande impédance, le courant qui le traverse est faible.

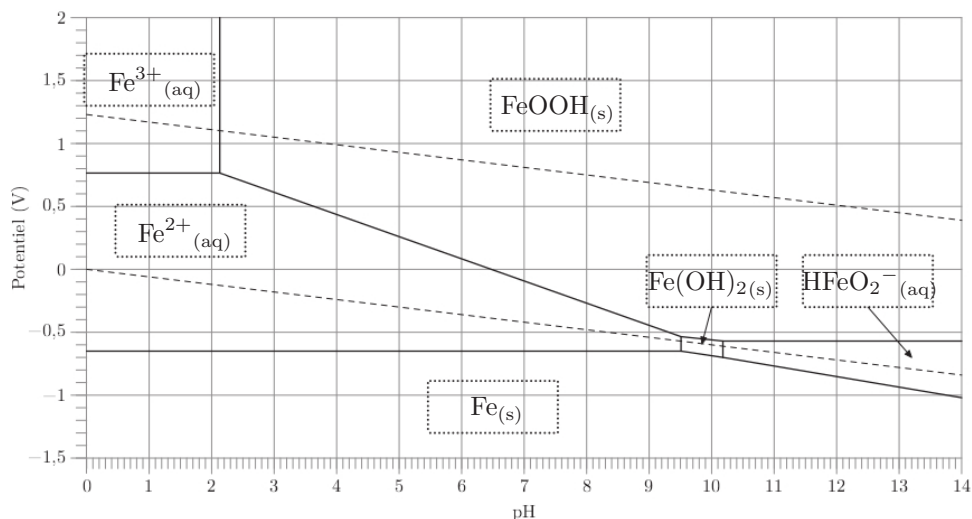
LES BOUÉES HOULOGRAPHES WAVERIDER

I. PRÉVENTION DE LA CORROSION

1 Déterminons le degré d'oxydation du fer dans les différentes espèces, en attribuant le degré $-II$ à l'oxygène et $+I$ à l'hydrogène :

espèces	$Fe_{(s)}$	$Fe^{2+}_{(aq)}$	$Fe(OH)_{2(s)}$	$HFeO_2^{-}_{(aq)}$	$Fe^{3+}_{(aq)}$	$FeOOH_{(s)}$
d.o.(Fe)	0	+II	+II	+II	+III	+III

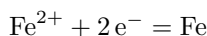
Pour les espèces de degré $+II$, les ions Fe^{2+} sont l'espèce la plus acide et $HFeO_2^{-}$ l'espèce la plus basique. Pour le degré $+III$, Fe^{3+} est l'espèce acide. Dans un diagramme E-pH, les espèces les plus oxydées sont en haut et les espèces les plus basiques sont à droite. On attribue donc les domaines suivants dans le document réponse :



Pour le classement d'acidité de l'espèce $HFeO_2^{-}$, la plus basique, que l'on ne rencontre pas souvent, on peut écrire la réaction d'échange de proton



2 La demi-équation électronique du couple Fe^{2+}/Fe est



Le potentiel de Nernst s'écrit

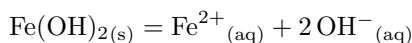
$$E = E^{\circ} + \frac{0,06}{2} \log \left(\frac{[Fe^{2+}]}{c^{\circ}} \right)$$

avec $c^{\circ} = 1 \text{ mol.L}^{-1}$ la concentration standard. Sur la frontière, on lit $E = -0,65 \text{ V}$ et l'on a $[Fe^{2+}] = C_{\text{tra}} = 1,0 \cdot 10^{-6} \text{ mol.L}^{-1}$. Il vient

$$E^{\circ}(Fe^{2+}/Fe) = -0,65 + \frac{0,06}{2} \times 6 = -0,47 \text{ V}$$

La valeur tabulée de ce potentiel standard est $-0,44 \text{ V}$. On trouve ici une valeur très proche.

À l'apparition du premier cristal de précipité $\text{Fe}(\text{OH})_{2(s)}$, sur la frontière avec Fe^{2+} , on lit sur le diagramme $\text{pH} = 9,5$. On est de plus à l'équilibre



de sorte que

$$K_s = \frac{[\text{Fe}^{2+}][\text{OH}^{-}]^2}{(c^\circ)^3}$$

Sur la frontière,

$$[\text{Fe}^{2+}] = C_{\text{tra}} = 1,0 \cdot 10^{-6} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

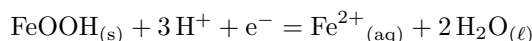
d'où

$$K_s = 1,0 \cdot 10^{-6} \times 10^{2 \times (9,5 - 14)} = 10^{-15}$$

soit

$$\boxed{\text{p}K_s(\text{Fe}(\text{OH})_2) = 15}$$

3 La demi-équation électronique du couple $\text{FeOOH}/\text{Fe}^{2+}$ est



Le potentiel de Nernst s'écrit

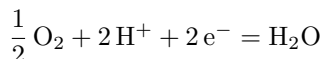
$$E = E^\circ + \frac{0,06}{1} \log \left(\frac{[\text{H}^+]^3}{[\text{Fe}^{2+}](c^\circ)^2} \right)$$

Sur la frontière $[\text{Fe}^{2+}] = C_{\text{tra}} = 1,0 \cdot 10^{-6} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$, de sorte que

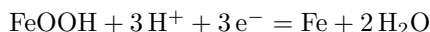
$$E = C^{\text{te}} - 0,06 \times 3 \text{ pH}$$

La pente de la droite est **-0,18 V**.

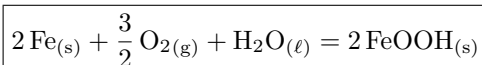
4 Les frontières des couples de l'eau sont représentées en pointillés sur le diagramme. On constate que les domaines du dioxygène (le plus haut pour les couples de l'eau) et du fer sont disjoints, ce qui montre que le fer est oxydé. À $\text{pH} = 7$, le produit de la première oxydation, Fe^{2+} , a toujours un domaine disjoint avec le dioxygène. L'oxydation se poursuit donc en FeOOH . Les couples à utiliser pour écrire la réaction sont $\text{O}_2/\text{H}_2\text{O}$ et FeOOH/Fe dont les demi-équations électroniques sont



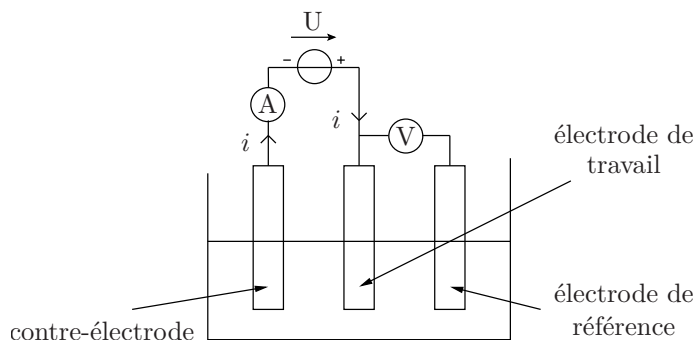
et



Ce qui donne le bilan global, pour 6 électrons échangés,



5 Pour enregistrer la courbe courant-potentiel, on utilise un montage à 3 électrodes avec pour électrode de travail la pièce en acier, et dont le schéma est



6 Pour les différentes portions de courbe, on a :