

Centrale Physique et Chimie 1 MP 2022 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Laure Claverie (professeur en CPGE) et Alexandre Heurault (professeur en CPGE) ; il a été relu par Vincent Freulon (professeur en CPGE), Émilie Frémont (professeur en CPGE) et Stéphane Ravier (professeur en CPGE).

Le sujet a pour point de départ la chaleur dégagée par les composants électroniques dans les centres de données. Pour répondre à ce problème, cette étude aborde plusieurs techniques de dissipation de la chaleur, mais examine aussi la possibilité de placer ces centres de données dans des satellites en orbite autour de la Terre.

- Dans la partie I, on s'intéresse à des méthodes de régulation de la température à deux échelles différentes. On étudie d'abord le contrôle de la température à l'échelle du composant électronique en utilisant des ailettes thermiques pour lesquelles le choix du matériau et des dimensions a une importance capitale. On aborde ensuite deux procédés de refroidissement à l'échelle des locaux, un système de conditionnement d'air et le système de *free-cooling*, puis on compare leurs coûts annuels.
- La seconde partie propose une autre solution : placer ces centres de données dans des satellites en orbite autour de la Terre. La première sous-partie est consacrée à l'étude des orbites circulaires, et pointe une limitation de la durée de communication pour les orbites à basse altitude. La deuxième sous-partie a pour objet la propagation d'ondes électromagnétiques dans l'ionosphère, un plasma présent dans les hautes couches de l'atmosphère. La dernière sous-partie propose une solution au défi de l'autonomie électrique des composants électroniques dans un satellite, en étudiant un accumulateur lithium-ion qui serait utilisé lorsque le satellite est dans l'ombre de la Terre.
- Dans la sous-partie II.C, consacrée à la chimie, on s'intéresse au lithium, un composant essentiel des batteries (dites lithium-ion) qui sont actuellement les plus utilisées pour alimenter les appareils nomades. Le thème central est l'oxydoréduction mais notons la présence d'une question ouverte de thermodynamique qui nécessite d'utiliser la relation de Van't Hoff afin de déterminer une enthalpie standard de réaction.

Cette épreuve propose de nombreux thèmes très classiques : la diffusion thermique avec transfert conducto-convectif sur les parois latérales, le mouvement d'un satellite en orbite circulaire, la propagation d'ondes électromagnétiques dans un plasma ou encore l'accumulateur en électrochimie. Les questions sont proches de ce qui est étudié en cours de physique-chimie et permettent de vérifier la bonne assimilation des connaissances. Cinq questions plus ouvertes (signalées par une barre dans la marge), de difficulté modérée, constituent un bon entraînement pour ce type d'exercice.

INDICATIONS

Partie I

- 3 Orienter les surfaces pour les calculs de flux, et faire attention aux signes dans le bilan de puissance. Ne pas oublier le flux conducto-convectif sur les parois latérales.
- 6 Se servir de la figure 2 pour connaître le profil de température dans l'ailette pour $b \ll \delta$.
- 7 Calculer le flux conducto-convectif sur toute la paroi latérale en utilisant l'expression analytique de la température obtenue question 5, ou effectuer un bilan thermique global à l'échelle de l'ailette.
- 8 Les différentes ailettes sont équivalentes à des résistances thermiques placées en parallèle.
- 9 L'efficacité ou Coefficient de Performance est le rapport de l'énergie utile sur l'énergie coûteuse.
- 10 L'air est composé d'environ 80 % de diazote et de 20 % de dioxygène.
- 11 Utiliser le premier principe de la thermodynamique pour un système ouvert, écrit en terme de puissance. Pour retrouver la capacité thermique de l'air à pression constante, on peut utiliser (exercice de thermodynamique statistique) que la capacité thermique molaire à volume constant vaut pour un gaz parfait diatomique $C_{v,m} = 5R/2$.

Partie II

- 14 Ne pas confondre altitude et distance au centre de la Terre.
- 15 Il ne peut y avoir communication avec le satellite que lorsque ce dernier est dans le champ de vision de l'émetteur sur Terre. Ce domaine est borné par les directions des horizons pour l'émetteur.
- 21 La conductivité complexe $\underline{\gamma}$ est définie par $\vec{j} = \underline{\gamma} \vec{E}$.
- 22 La puissance volumique moyenne fournie par le champ électromagnétique à la matière est donnée par $\langle \mathcal{P}_v \rangle = \langle \vec{j} \cdot \vec{E} \rangle$. Utiliser la relation fournie dans le formulaire de l'énoncé pour la calculer avec les vecteurs complexes.
- 25 \underline{k}^2 est un réel négatif, donc \underline{k} est un imaginaire pur.
- 27 Le vecteur de Poynting moyen se calcule avec les champs électromagnétiques réels par $\langle \vec{\pi} \rangle = \langle \vec{E} \wedge \vec{B} \rangle / \mu_0$, ou en utilisant les champs complexes et la formule donnée dans le formulaire.
- 28 \underline{k}^2 est un réel positif, en conséquence \underline{k} est un réel.
- 29 La vitesse de phase s'écrit $v_\varphi = \omega/k$ et la vitesse de groupe par $v_g = d\omega/dk$. Utiliser la relation de dispersion pour les déterminer.

Partie II

- 34 Se placer à l'équilibre pour relier la solubilité à la constante d'équilibre de la réaction de dissolution puis intégrer la loi de Van't Hoff entre les deux températures.
- 36 On insère un atome de lithium pour 6 atomes de carbone.
- 37 Déterminer le degré d'oxydation du cobalt dans les deux composés. Lors de la charge, le cobalt est oxydé.
- 38 Sommer les demi-équations obtenues aux questions 35 et 37.

CENTRES DE DONNÉES

I. REFROIDIR LES CENTRES DE DONNÉES, QUELQUES SOLUTIONS TECHNIQUES CONTEMPORAINES

1 La loi de Fourier stipule que le vecteur densité de flux thermique \vec{j}_Q est proportionnel au gradient de température au point considéré

$$\vec{j}_Q = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}} T$$

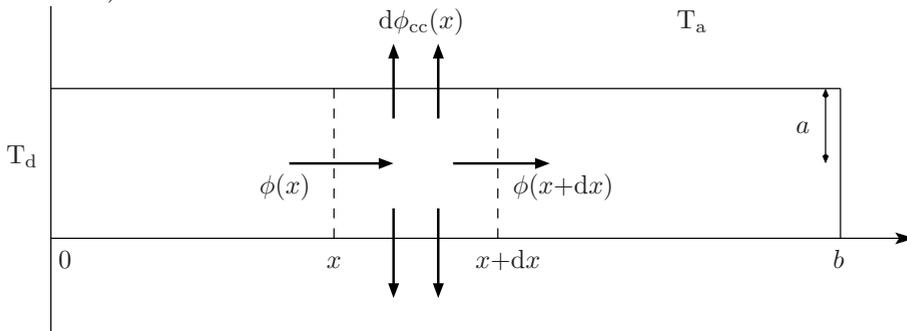
avec λ la conductivité thermique du matériau.

Le transfert thermique se fait dans le sens des températures décroissantes, d'où la présence du signe « - ». Cette loi est phénoménologique, c'est-à-dire qu'elle a été proposée suite à des observations expérimentales, mais n'est pas universelle. Par exemple, lorsque la température varie de manière très importante dans l'espace ou dans le temps (dans le cas d'un régime non stationnaire), cette linéarité entre le vecteur densité de flux et le gradient de température n'est plus correcte pour décrire le phénomène de conduction thermique.

Dans le cas de l'ailette, comme la température ne dépend que de la variable x ,

$$\vec{j}_Q(x) = -\lambda \frac{dT(x)}{dx} \vec{u}_x = j_Q(x) \vec{u}_x$$

2 Le système étudié est la tranche d'ailette de taille mésoscopique, comprise entre les abscisses x et $x + dx$. Soient $\phi(x)$ le flux entrant dans le système à travers la surface située en x (orientée ainsi selon $+\vec{u}_x$), $\phi(x + dx)$ le flux sortant du système à travers la surface située en $x + dx$ (orientée de même selon $+\vec{u}_x$) et $d\phi_{cc}(x)$ le flux conducto-convectif sortant à travers la surface latérale du système (orientée du solide vers l'air).



En régime stationnaire, la puissance entrant dans le système est égale à la puissance sortante, d'où le bilan de puissance suivant :

$$\phi(x) = \phi(x + dx) + d\phi_{cc}(x)$$

Pour obtenir une équation différentielle sur la température, déterminons l'expression de ces différents flux. Le flux traversant la surface située en x , orientée selon \vec{u}_x , s'obtient en calculant l'intégrale

$$\phi(x) = \iint \vec{j}_Q(x) \cdot d\vec{S} = \iint j_Q(x) \vec{u}_x \cdot dS \vec{u}_x$$

Comme $j_Q(x)$ est uniforme sur la surface considérée,

$$\phi(x) = j_Q(x) \times \pi a^2$$

On obtient de même, pour le flux sortant du système en $x + dx$,

$$\phi(x + dx) = \iint \vec{j}_Q(x + dx) \cdot d\vec{S} = j_Q(x + dx) \times \pi a^2$$

Le flux conducto-convectif $d\phi_{cc}(x)$ sortant à travers la surface latérale du système s'obtient en utilisant la loi de Newton :

$$d\phi_{cc}(x) = h(T(x) - T_a) \times 2\pi a \times dx$$

Introduisons l'expression de ces flux dans le bilan de puissance, ce qui conduit à

$$\begin{aligned} (j_Q(x) - j_Q(x + dx)) \times \pi a^2 &= h(T(x) - T_a) \times 2\pi a \times dx \\ -\frac{dj_Q(x)}{dx} \times dx \times \pi a^2 &= h(T(x) - T_a) \times 2\pi a \times dx \end{aligned}$$

et en utilisant la loi de Fourier,

$$\lambda \frac{d^2 T(x)}{dx^2} \times a = h(T(x) - T_a) \times 2$$

Finalement,

$$\boxed{\frac{d^2 T(x)}{dx^2} - \frac{1}{\delta^2} T(x) = -\frac{1}{\delta^2} T_a \text{ avec } \delta = \sqrt{\frac{\lambda a}{2h}}}$$

Comme l'énoncé n'impose aucune convention d'orientation des surfaces, ce choix appartient au candidat. Il serait tout aussi correct d'orienter toutes les surfaces vers l'extérieur. On obtiendrait le bilan de puissance suivant :

$$\begin{aligned} &\phi(x) + \phi(x + dx) + d\phi_{cc}(x) = 0 \\ \text{avec} \quad &\begin{cases} \phi(x) = -j_Q(x) \times \pi a^2 \\ \phi(x + dx) = j_Q(x + dx) \times \pi a^2 \\ d\phi_{cc}(x) = h(T(x) - T_a) \times 2\pi a \times dx \end{cases} \end{aligned}$$

qui aboutit à la même équation différentielle vérifiée par la température. Il est donc impératif de préciser les conventions d'orientation choisies pour les surfaces si elles ne sont pas imposées par l'énoncé.

3 Déterminons la dimension de δ . D'après l'équation différentielle obtenue à la question précédente,

$$\left[\frac{d^2 T(x)}{dx^2} \right] = \left[\frac{T(x)}{\delta^2} \right]$$

donc

$$[\delta] = L$$

Vérifions maintenant que l'expression proposée pour définir δ à la question 2 est bien également homogène à une longueur. Il faut étudier les dimensions de λ , a et h :

- d'après la loi de Fourier $\vec{j}_Q = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}} T$, d'où

$$[\lambda] = [j] \times \theta^{-1} \times L$$

- a est le rayon de l'ailette, donc $[a] = L$;
- d'après la loi de Newton $\vec{j}_{cc}(x) = h(T(x) - T_a) \vec{n}$, ainsi

$$[h] = [j] \times \theta^{-1}$$