

e3a Physique et Chimie PSI 2020 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Louis Salkin (professeur en CPGE) ; il a été relu par Steve Arnefaux (professeur en CPGE), Vincent Freulon (professeur en CPGE) et Alexandre Herault (professeur en CPGE).

Ce sujet comporte deux parties indépendantes, l'une de physique, l'autre de chimie.

- La première aborde la transmission d'énergie électrique sans fil, un domaine en plein développement. Elle alterne modélisation théorique, analyse de résultats expérimentaux et étude de travaux de recherche récents. Cette partie utilise les notions d'électronique et d'induction de première année et d'électromagnétisme de deuxième année.
- La seconde étudie les batteries lithium-ion qui ont valu à 3 chercheurs le prix Nobel de chimie 2019. Après des questions d'atomistique, cristallographie et oxydoréduction (programme de première année), cette partie aborde la thermodynamique appliquée au fonctionnement d'une pile : estimation d'ordres de grandeur d'un système concret (batterie de smartphone), détermination expérimentale de grandeurs standard de réaction.

Ce sujet est guidé, de difficulté progressive et sans piège. Il permet d'étudier des méthodes originales dans les sous-parties C, G et I.

INDICATIONS

Partie 1

- A7 Un plan de symétrie des courants est plan d'antisymétrie du champ magnétique, et vice-versa.
- B4 Utiliser la loi de Faraday.
- C4 Traduire la positivité de $P(x)$ en un critère sur son discriminant.
- E5 Pour alléger les calculs, il est conseillé de poser la quantité $x = \omega/\omega_0$.
- F3 Connaissant ω_0 et k , repérer les coordonnées d'un point du diagramme de Bode en gain permet d'aboutir à une estimation de Q .
- G1 Le pas de l'hélice étant très inférieur à son rayon, sa longueur ℓ peut être approximée simplement.
- G2 Le phénomène à invoquer est l'effet de peau. Pour faciliter la modélisation, l'énoncé rappelle l'expression de l'épaisseur de peau dans le formulaire.
- G6 Exprimer, de deux manières différentes, la variation de charge du brin de fil compris entre les positions x et $x + dx$, entre les instants t et $t + dt$. Linéariser les expressions obtenues à l'ordre 1, en dx et en dt .
- G7 Exploiter le lien intégral entre charge et densité linéique de charge :

$$q_0(t) = \int_{-\ell/2}^0 \lambda(x, t) dx$$

Partie 2

- H5 L'habitabilité est le rayon maximal d'un atome pouvant être inséré dans un site octaédrique. Exprimer l'habitabilité en fonction de R_C uniquement afin de pouvoir calculer sa valeur numérique, utile à la question qui suit.
- I1 En termes de proportion, pour un ion Li^+ formé à une électrode puis consommé à l'autre, il y a un électron mis en jeu.
- I2 Exprimer la capacité (donnée en mA.h) en coulombs.
- I4 L'énergie \mathcal{E} de la batterie s'obtient en intégrant la puissance sur la durée de fonctionnement.
- J1 Montrer que dans le cas présent, $\Delta_r G$ s'identifie à $\Delta_r G^\circ$. Utiliser la relation thermodynamique entre $\Delta_r G$ et E , valable pour une pile.
- J2 Utiliser l'approximation d'Ellingham et la pente de la droite $E = f(T)$.
- J3 Relier $\Delta_r H^\circ$ et $\Delta_r G^\circ$ puis faire une lecture graphique.
- J4 Déterminer la variation d'enthalpie $|\Delta H|$ au cours du fonctionnement de la pile, et la comparer à l'énergie électrique \mathcal{E} calculée à la question I4.
- K4 Exploiter la relation de van't Hoff.

1. TRANSMISSION D'ÉNERGIE ÉLECTRIQUE SANS FIL

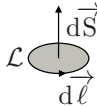
A1 Les équations de Maxwell-flux et Maxwell-Ampère s'écrivent respectivement

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad \text{et} \quad \text{rot } \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$$

Dans le cadre de l'ARQS, ces équations locales deviennent

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad \text{et} \quad \text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$

A2 Soit un contour orienté \mathcal{L} . Par le théorème de Stokes,

$$\oint_{\mathcal{L}} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \iint_S \text{rot } \vec{B} \cdot d\vec{S}$$


où S est une surface s'appuyant sur le contour \mathcal{L} . En injectant l'équation locale de Maxwell-Ampère dans l'ARQS,

$$\oint_{\mathcal{L}} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = \mu_0 I_{\text{enlacé}}$$

avec $I_{\text{enlacé}}$ le courant enlacé par le contour \mathcal{L} . Il s'agit du théorème d'Ampère.

A3 On parle de solénoïde infini quand il possède une longueur très grande devant son rayon :

$$\ell \gg a$$

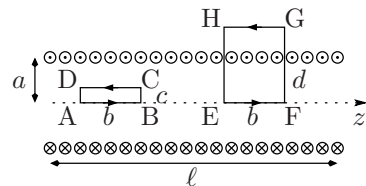
En pratique, on pourra retenir la condition $\ell > 10a$ et considérer un point M situé à une distance supérieure à $2a$ des extrémités du solénoïde.

A4 Tout d'abord, remarquons que $(M, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$ est un plan de symétrie des courants. Le champ magnétique $\vec{B}(M)$, devant être perpendiculaire à ce plan, est donc porté par le vecteur \vec{e}_z .

De surcroît, la distribution de courants est invariante par translation selon z , et par rotation selon θ : ainsi, le module de $\vec{B}(M)$ ne dépend que de r . Finalement, le champ magnétique s'écrit

$$\vec{B}(M) = B(r) \vec{e}_z$$

A5 Soit un contour d'Ampère rectangulaire ABCD, de longueur b et de largeur c , entièrement contenu dans le solénoïde. La circulation du champ magnétique sur ce contour s'exprime



$$\oint_{ABCD} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \int_{AB} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} + \int_{CD} \vec{B} \cdot d\vec{\ell}$$

car \vec{B} est orthogonal à $d\vec{\ell}$ selon les côtés BC et DA. Le module du champ magnétique étant indépendant de z , il vient

$$\oint_{\text{ABCD}} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = [B(0) - B(c)]b$$

Ce contour n'enlace aucun courant. D'après le théorème d'Ampère,

$$B(0) = B(c) \quad (c < a)$$

Le champ $\vec{B}(M)$ est uniforme au sein du solénoïde.

Considérons à présent un contour rectangulaire EFGH de longueur b et de largeur $d > a$. Le champ magnétique étant supposé nul à l'extérieur du solénoïde,

$$\oint_{\text{EFGH}} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \int_{\text{EF}} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = B_{\text{int}} b$$

Ce contour enlace Nb/ℓ spires parcourues par le courant $i(t)$. Par application du théorème d'Ampère,

$$B_{\text{int}} b = \mu_0 \frac{Nb}{\ell} i(t)$$

soit

$$\vec{B}_{\text{int}} = \frac{\mu_0 N i(t)}{\ell} \vec{e}_z$$

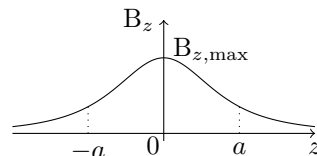
A6 Soit un point M appartenant à l'axe Oz. Tout plan passant par M et contenant l'axe Oz est plan d'antisymétrie des courants, et donc plan de symétrie du champ magnétique. De fait, **en tout point M de l'axe Oz, $\vec{B}(M)$ est porté par \vec{e}_z .**

A7 Le plan d'équation $z = 0$ est un **plan de symétrie des courants**, et donc un **plan d'antisymétrie du champ magnétique**. Cette propriété se traduit par

$$B_z(-z) = B_z(z)$$

A8 Le champ magnétique est maximal en $z = 0$ et s'écrit

$$B_{z,\text{max}} = \frac{\mu_0 N i(t)}{2a}$$



Par définition de $z_{1/2}$,

$$B_z(z_{1/2}) = \frac{B_{z,\text{max}}}{2}$$

Cette égalité devient

$$\frac{a^2}{2(z_{1/2}^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{1}{4a}$$

puis

$$2a^3 = (z_{1/2}^2 + a^2)^{3/2}$$

soit

$$z_{1/2} = a\sqrt{2^{2/3} - 1} \approx 0,77 a$$

A9 Étudions la carte de champ du solénoïde, schématisée ci-dessous.

