Centrale Physique et Chimie 1 PSI 2020 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Guillaume Maimbourg (professeur en CPGE) ; il a été relu par Tom Morel (professeur en CPGE) et Émilie Frémont (professeur en CPGE).

Le sujet est constitué de deux parties indépendantes.

- La première partie, significativement plus longue que la seconde, s'intéresse à l'étude thermodynamique d'une machine thermique, nommée STEP, dont l'objectif est de stocker, puis de restituer, de l'énergie électrique en transférant de l'énergie thermique d'une source chaude à une source froide. Cette section est séparée en quatre sous-parties liées. Dans un premier temps, le principe général de fonctionnement de la machine est étudié. En particulier le cycle théorique de Carnot est tracé en représentation (T, s). Ensuite, la phase de stockage, durant laquelle la machine fonctionne en pompe à chaleur, est analysée plus en détail et le cycle réel est étudié afin de déterminer l'énergie massique pouvant être stockée par la machine. Dans la troisième sous-partie, très courte, le processus de stockage STEP est comparé aux autres processus connus de stockage de l'énergie électrique, en particulier celui par batteries électro-chimiques. Enfin la phase de déstockage est étudiée, permettant de déterminer le rendement réel de la machine et de le comparer au rendement théorique.
- La seconde partie est composée de cinq sous-parties. Tout d'abord, la notion de porosité du milieu constituant le réservoir de stockage est introduite par analogie avec la compacité développée en cristallographie. L'accumulation de l'énergie thermique au sein de l'enceinte de stockage est alors étudiée. L'énoncé invite d'abord à réfléchir à l'influence de la forme géométrique de l'enceinte, puis à celle de la porosité du milieu sur la quantité d'énergie pouvant être stockée. À cette fin, la notion de conductivité thermique effective d'un milieu poreux est introduite. Cette grandeur est d'abord évaluée théoriquement par l'intermédiaire de la notion de résistance thermique. Puis elle est calculée en exploitant un relevé expérimental.

Le sujet est long et la formulation des questions parfois ambiguë. Dans chaque partie, les questions forment un ensemble cohérent, si bien qu'il est difficile de ne pas les traiter linéairement. Il reste très proche du cours et ne présente pas de difficultés majeures sur le plan de la physique. Néanmoins, certaines questions sont calculatoires et il convient d'être bien inspiré et de ne pas se décourager pour y répondre. D'autres questions, plus qualitatives, nécessitent quant à elles un certain recul. Il constitue un bon sujet de révisions en thermodynamique et en conduction thermique.

Indications

Partie I

3 L'efficacité globale η_{TOT} du processus de stockage est le produit des efficacités de chacun des processus.

4 Un cycle de Carnot est composé de deux transformations isothermes réversibles et de deux transformations adiabatiques réversibles.

6 Utiliser la pente de l'isobare en représentation (T, s) pour montrer qu'à une entropie plus élevée correspond une température plus haute.

7 Utiliser le premier principe pour un fluide en écoulement stationnaire.

8 Exprimer les variations d'enthalpie d'un gaz parfait en fonction des variations de température. Appliquer la loi de Laplace sur les transformations isentropiques afin d'exprimer $\text{T}_{3\text{is}}$ et $\text{T}_{1\text{is}}$.

11 Pour un gaz parfait, la capacité thermique massique c_{p} s'exprime en fonction de la masse molaire M, du coefficient adiabatique γ et de la constante des gaz parfaits R.

16 Montrer que les rendements par rapport à l'isentropique peuvent s'écrire

$$\eta_{\text{cd}} = \frac{\text{T}_{0\text{dis}} - \text{T}_3}{\text{T}_{0\text{d}} - \text{T}_3} \qquad \text{et} \qquad \eta_{\text{td}} = \frac{\text{T}_{2\text{d}} - \text{T}_1}{\text{T}_{2\text{dis}} - \text{T}_1}$$

Ensuite utiliser la loi de Laplace pour exprimer $\text{T}_{0\text{dis}}$ et $\text{T}_{2\text{dis}}$ en fonction respectivement de T_3 et T_1.

17 Déterminer les valeurs minimales prises par $\text{T}_{0\text{d}}$ et $\text{T}_{0\text{n}}$ lorsqu'on fait varier les rendements η_{cd}, η_{td}, η_{cs} et η_{ts}.

Partie II

27 La porosité est reliée à la compacité par la relation $\varepsilon = 1 - \text{C}$.

30 Le stockage d'énergie peut continuer dans le régénérateur tant que le front thermique n'a pas atteint l'extrémité d'abscisse $z = h$ de l'enceinte.

31 Afin que le transfert thermique soit non nul, bien que le gradient de température tende vers 0, le coefficient conducto-convectif h doit tendre vers l'infini.

35 Utiliser la notion de résistance thermique et d'associations série et parallèle de résistances.

36 On pourra étudier, sur l'intervalle $[\,0\,;1\,]$, la fonction

$$f(\varepsilon) = \frac{\lambda_{\text{parr}}(\varepsilon)}{\lambda_{\text{série}}(\varepsilon)} - 1$$

40 Exprimer la loi de Fourier en $r = r_0$.

42 Montrer qu'aux temps longs, $\Delta\text{T} = f(\ln t)$ suit une loi affine.

Stockage d'énergie par pompage thermique (procédé SEPT)

I. Analyse thermodynamique du procédé SEPT

1 Le coefficient de performance énergétique η_{PAC}, aussi appelé efficacité, est défini comme le rapport du transfert thermique réalisé avec la source chaude $\text{Q}_{\text{H,PAC}}$ sur le travail W_{PAC} nécessaire à la réalisation de ce transfert. Les transferts sont considérés en convention récepteur (positifs si de l'énergie est reçue par la machine thermique). Par conséquent, pour un fonctionnement en pompe à chaleur, $\text{Q}_{\text{H,PAC}} < 0$ et $\text{W}_{\text{PAC}} > 0$. Ainsi,

$$\boxed{\eta_{\text{PAC}} = \left|\frac{\text{Q}_{\text{H,PAC}}}{\text{W}_{\text{PAC}}}\right| = -\frac{\text{Q}_{\text{H,PAC}}}{\text{W}_{\text{PAC}}}}$$

En introduisant $\text{Q}_{\text{B,PAC}}$ le transfert thermique réalisé avec la source froide et S_c l'entropie créée, le second principe de la thermodynamique sur un cycle s'écrit

$$\Delta\text{S} = \frac{\text{Q}_{\text{H,PAC}}}{\text{T}_\text{H}} + \frac{\text{Q}_{\text{B,PAC}}}{\text{T}_\text{B}} + \text{S}_\text{c} = 0$$

L'entropie créée étant positive, on obtient

$$\frac{\text{Q}_{\text{H,PAC}}}{\text{T}_\text{H}} + \frac{\text{Q}_{\text{B,PAC}}}{\text{T}_\text{B}} \leqslant 0$$

> Cette relation est appelée inégalité de Clausius.

Il vient, avec $\text{Q}_{\text{H,PAC}} < 0$, $$\frac{\text{Q}_{\text{B,PAC}}}{\text{Q}_{\text{H,PAC}}} \geqslant -\frac{\text{T}_\text{B}}{\text{T}_\text{H}}$$

Par ailleurs, le premier principe de la thermodynamique sur un cycle s'écrit

$$\Delta\text{U} = \text{Q}_{\text{H,PAC}} + \text{Q}_{\text{B,PAC}} + \text{W}_{\text{PAC}} = 0$$

Remplaçons W_{PAC} par son expression en fonction des transferts thermiques. Il vient

$$\eta_{\text{PAC}} = \frac{\text{Q}_{\text{H,PAC}}}{\text{Q}_{\text{H,PAC}} + \text{Q}_{\text{B,PAC}}} = \frac{1}{1 + \text{Q}_{\text{B,PAC}}/\text{Q}_{\text{H,PAC}}}$$

Avec $\dfrac{\text{Q}_{\text{B,PAC}}}{\text{Q}_{\text{H,PAC}}} \geqslant -\dfrac{\text{T}_\text{B}}{\text{T}_\text{H}}$, $$\boxed{\eta_{\text{PAC}} \leqslant \frac{1}{1 - \text{T}_\text{B}/\text{T}_\text{H}}}$$

Le coefficient η_{PAC} atteint sa valeur maximale lorsque le cycle est **réversible** et que l'inégalité devient une égalité. Cette valeur ne dépend, pour une machine ditherme, que des températures des sources chaude et froide, et s'écrit

$$\boxed{\eta_{\text{PAC,max}} = \frac{\text{T}_\text{H}}{\text{T}_\text{H} - \text{T}_\text{B}}}$$

2 Le rendement du moteur η_{MOT} est défini comme le rapport du travail W_{MOT} sur le transfert thermique avec la source chaude $\text{Q}_{\text{H,MOT}}$ nécessaire à la production dudit travail. Pour un fonctionnement moteur, $\text{Q}_{\text{H,MOT}} > 0$ et $\text{W}_{\text{MOT}} < 0$, d'où

$$\boxed{\eta_{\text{MOT}} = \left|\frac{\text{W}_{\text{MOT}}}{\text{Q}_{\text{H,MOT}}}\right| = -\frac{\text{W}_{\text{MOT}}}{\text{Q}_{\text{H,MOT}}}}$$

L'inégalité de Clausius est toujours satisfaite, mais ici $\text{Q}_{\text{H,MOT}} > 0$ donc

$$\frac{Q_{B,MOT}}{Q_{H,MOT}} \leqslant -\frac{T_B}{T_H}$$

Ainsi
$$\eta_{MOT} = 1 + \frac{Q_{B,MOT}}{Q_{H,MOT}} \leqslant 1 - \frac{T_B}{T_H}$$

Lorsque le cycle est **réversible**, le rendement du moteur atteint le rendement de Carnot, si bien que

$$\boxed{\eta_{MOT,max} = 1 - \frac{T_B}{T_H}}$$

$\boxed{3}$ Le processus global n'est autre que la succession d'un stockage d'énergie dans H lors du fonctionnement en pompe à chaleur, puis de sa restitution lors du fonctionnement moteur. L'efficacité global du processus de stockage η_{TOT} est donc le produit de l'efficacité de la pompe à chaleur et du rendement du moteur. Par ailleurs, en supposant ces deux processus réversibles, il vient

$$\boxed{\eta_{TOT} = \eta_{PAC,max} \times \eta_{MOT,max} = \frac{T_H}{T_H - T_B} \times \frac{T_H - T_B}{T_H} = 1}$$

L'efficacité globale du processus est donc unitaire : **l'énergie stockée est alors intégralement récupérable**.

$\boxed{4}$ Toutes les transformations sont supposées réversibles. Celles réalisées avec les thermostats sont des transformations isothermes réversibles. Elles sont donc représentées par des segments horizontaux dans le diagramme (T, s). Les transformations réalisées dans la turbine et le compresseur sont adiabatiques réversibles. Elles sont représentées par des segments verticaux dans le diagramme (T, s), puisqu'une transformation adiabatique réversible est isentropique.

Déterminons le sens de parcours du cycle moteur :

- D'après le second principe appliqué au fluide caloporteur lors du contact avec la source chaude, en fonctionnement réversible,

$$\Delta S = \frac{Q_H}{T_H}$$

  Puisque lors de cette phase, $Q_H > 0$ en fonctionnement moteur, $\Delta S > 0$ et l'entropie du fluide caloporteur augmente lors du contact avec la source chaude.

- De manière analogue, $Q_B < 0$ et $\Delta S < 0$ lors du contact avec la source froide. L'entropie du fluide caloporteur diminue lors du contact avec la source froide en fonctionnement moteur.

Pour la pompe à chaleur, les signes de Q_H et Q_B sont inversés et il en va de même pour les signes des variations d'entropie du fluide caloporteur.