CCINP Physique et Chimie PSI 2020 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Alexandre Herault (professeur en CPGE) et Tom Morel (professeur en CPGE) ; il a été relu par Émilie Frémont (professeur en CPGE), Augustin Long (professeur en CPGE) et Stéphane Ravier (professeur en CPGE).

Ce sujet porte sur la machine à courant continu et sur la chimie de l'eau de Javel. Ses six parties sont relativement indépendantes.

- Dans la partie I, on étudie un conducteur ohmique en régime stationnaire puis en régime sinusoïdal. On calcule tout d'abord la résistance électrique en régime continu. Ensuite, à partir de l'étude de l'effet de peau, on détermine l'équivalent de cette résistance en régime sinusoïdal. Cette partie s'achève par une étude énergétique de l'effet de peau. Elle repose essentiellement sur des notions d'électromagnétisme dans les milieux ohmiques.
- La deuxième partie, assez courte, s'intéresse aux caractéristiques électriques intrinsèques d'une machine à courant continu (M.C.C.).
- La partie III est consacrée à la commande d'une M.C.C. Après avoir envisagé brièvement trois dispositifs possibles de contrôle, on étudie finalement le fonctionnement d'un hacheur série. Cette partie, plus compliquée, fait appel à de nombreux raisonnements sur le hacheur et les amplificateurs linéaires intégrés.
- La quatrième partie concerne la dissipation thermique dans les transistors, composants fondamentaux des hacheurs. Après avoir établi une analogie entre conductions thermique et électrique, on s'intéresse à une ailette de refroidissement en n'utilisant que des notions de thermodynamique de seconde année.
- Le principe de fonctionnement mécanique d'un funiculaire est étudié dans la partie V. Les questions sont ouvertes et nécessitent une bonne compréhension du système ainsi qu'un raisonnement rigoureux.
- La partie VI est consacrée à la chimie. Elle s'intéresse au chlore et à l'eau de Javel. Les deux premières questions abordent la classification périodique et la configuration électronique du chlore. Puis on détermine la solubilité du chlorure de sodium dans l'eau à l'aide de résultats expérimentaux. La dernière sous-partie, la plus longue, traite du dosage classique de l'eau de Javel par réaction avec les ions iodure, acidification, puis titrage du diiode par les ions thiosulfate. Cette partie est très proche du cours et ne présente pas de difficulté particulière. L'accent est mis sur la chimie expérimentale.

Ce sujet de longueur raisonnable est représentatif des épreuves proposées à ce concours. Il aborde de nombreux domaines du programme de première comme de seconde année. Notons toutefois la présence de quelques questions subtiles, qui requièrent du recul sur les enjeux physiques du problème.

Indications

Partie I

9 La valeur efficace I_{eff} fixe la valeur de j_0.

Partie II

10 L'inducteur comporte un grand nombre de spires.

12 Écrire l'équation différentielle vérifiée par l'intensité du courant dans l'induit, puis déterminer la constante de temps et la valeur asymptotique de l'intensité.

Partie III

15 La valeur moyenne V_{moy} de $U_1(t)$ est définie par

$$V_{moy} = \frac{1}{T}\int_0^T U_1(t)\,dt$$

17 En l'absence de rétroaction sur l'entrée inverseuse, l'ALI fonctionne en régime saturé.

20 En régime saturé, lorsque $V_+ > V_-$, $V_B = +V_{sat}$. Déterminer la condition de basculement en fonction de la valeur de V_A.

21 La masse impose que les potentiels, à gauche et à droite du potentiomètre, sont respectivement $-V_m/2$ et $V_m/2$.

22 La fréquence s'obtient à partir de la condition de basculement vue à la question 20. Le rapport cyclique se détermine à partir de la condition $\beta V_{sat} = V_A(t)$.

Partie IV

26 Les équations différentielles peuvent être interprétées comme des lois des nœuds. Utiliser ensuite la notion de résistance thermique. La température extérieure T_{ext} joue le rôle de référence de potentiel électrique.

Partie V

31 La puissance de 4 kW donnée correspond à la puissance fournie au dispositif pour compenser les frottements. On peut alors les mettre de côté pour la modélisation et les réintroduire à la fin.

Partie VI

36 Déterminer l'équation de la courbe d'étalonnage. Ne pas oublier le facteur 1 000 de la dilution.

38 Utiliser le diagramme E-pH pour repérer les espèces de domaines disjoints et pour trouver les produits formés.

39 Procéder comme à la question précédente.

40 Quelle espèce du chlore est produite par le même phénomène que celui de la question 39 ?

41 Le couple rédox du thiosulfate est $S_4O_6{}^{2-}/S_2O_3{}^{2-}$.

42 Considérer toutes les réactions comme quantitatives et établir les relations entre les quantités de matière. Ne pas oublier la dilution initiale.

Machine à courant continu et Hacheur
Application au funiculaire
Chlore et eau de Javel

I. Conducteur ohmique

1 Notons γ la conductivité électrique du milieu. La loi d'Ohm locale s'écrit

$$\boxed{\overrightarrow{\jmath} = \gamma\,\overrightarrow{\mathrm{E}} = -\gamma\,\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,\mathrm{V}}$$

Pour le cuivre, $$\boxed{\gamma_{\mathrm{Cu}} = 6\cdot 10^{7}\ \mathrm{S.m^{-1}}}$$

2 On retrouve une loi analogue en diffusion thermique avec la loi de Fourier :

$$\boxed{\overrightarrow{\jmath_{\mathrm{Q}}} = -\lambda\,\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,\mathrm{T}}$$

avec $\overrightarrow{\jmath_{\mathrm{Q}}}$ la densité de flux thermique en $\mathbf{W.m^{-2}}$, T la température en **K** et λ la conductivité thermique en $\mathbf{W.K^{-1}.m^{-1}}$.

3 Par définition, $$\mathrm{I} = \iint_{\mathrm{S}} \overrightarrow{\jmath}\cdot \mathrm{d}\overrightarrow{\mathrm{S}}$$

La densité de courant volumique est uniforme donc

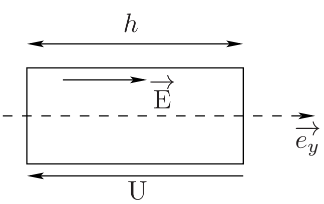
$$\boxed{\mathrm{I} = j\,\mathrm{S}}$$

Le vecteur $\overrightarrow{\jmath}$ est orienté selon $\overrightarrow{e_y}$ donc $\overrightarrow{\mathrm{E}} = \mathrm{E}\,\overrightarrow{e_y}$ (voir schéma). Par définition,

$$\mathrm{dV} = -\overrightarrow{\mathrm{E}}\cdot \mathrm{d}\overrightarrow{\ell} = -\mathrm{E}\,\mathrm{d}y$$

Intégrons entre $y = 0$ et h :

$$\mathrm{V}(h) - \mathrm{V}(0) = -\mathrm{E}\,h$$



Posons $\mathrm{U} = \mathrm{V}(0) - \mathrm{V}(h)$, alors $\mathrm{U} = \mathrm{E}\,h$. D'après la loi d'Ohm locale,

$$\boxed{\mathrm{U} = \frac{j\,h}{\gamma}}$$

4 La résistance électrique est définie par $\mathrm{R}_\Omega = \mathrm{U}/\mathrm{I}$. Par conséquent,

$$\boxed{\mathrm{R}_\Omega = \frac{h}{\gamma\,\mathrm{S}}}$$

5 On a une **équation de diffusion**. Le coefficient de diffusion D est en $\mathbf{m^2.s^{-1}}$.

6 Le vecteur surface de la surface élémentaire traversée par $\overrightarrow{\jmath}$ est $\mathrm{d}\overrightarrow{\mathrm{S}} = \mathrm{dS}\,\overrightarrow{e_y}$. Reprenons la définition de l'intensité donnée à la question 3 :

$$i(t) = \iint_{\mathrm{S}} \overrightarrow{\jmath}\cdot \mathrm{d}\overrightarrow{\mathrm{S}} = \int_0^{+\infty}\int_0^{p} j(x,t)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}z$$

Il vient $$i(t) = j_0\,p\int_0^{+\infty} \mathrm{e}^{-x/\delta}\cos\left(\omega t - \frac{x}{\delta}\right)\mathrm{d}x$$

La primitive est fournie. Finalement,

$$i(t) = -\frac{j_0\,p\,\delta}{\sqrt{2}}\left[\mathrm{e}^{-x/\delta}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{4} - \frac{x}{\delta}\right)\right]_0^{+\infty}$$

d'où
$$\boxed{i(t) = \frac{j_0\,p\,\delta}{\sqrt{2}}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)}$$

La valeur efficace $\mathrm{I_{eff}}$ est définie par $\sqrt{\langle i^2(t)\rangle}$ où $\langle\,\rangle$ est la valeur moyenne temporelle. Avec $\left\langle\cos^2(\omega t+\varphi)\right\rangle = 1/2$, on arrive à

$$\left\langle i^2(t)\right\rangle = \left(\frac{j_0\,p\,\delta}{\sqrt{2}}\right)^2 \times \frac{1}{2}$$

c'est-à-dire
$$\boxed{\mathrm{I_{eff}} = \frac{j_0\,p\,\delta}{2}}$$

7 La puissance volumique dissipée par effet Joule est

$$\boxed{p_{\mathrm{v}} = \overrightarrow{j}\cdot\overrightarrow{\mathrm{E}}}$$

Comme $\mathrm{P_{Joule}} = \mathrm{R\,I_{eff}^2}$
$$\boxed{\mathrm{R} = \frac{\mathrm{P_{Joule}}}{\mathrm{I_{eff}^2}} = \frac{h}{\gamma\,p\,\delta}}$$

En régime stationnaire, la résistance est $\mathrm{R}_\Omega = h/(\gamma \mathrm{S})$. Par identification avec la formule précédente, $\mathrm{S} = p\,\delta$ où p est l'épaisseur du matériau conducteur dans la direction $(\mathrm{O}z)$. Tout se passe comme si le matériau avait une longueur δ selon $(\mathrm{O}x)$ et que la densité de courant était non nulle uniquement sur cette longueur, d'où l'appellation « **épaisseur de peau** ».

8 Dans le cas d'une conductivité infinie, **la puissance dissipée par effet Joule est nulle**.

> Pour une conductivité infinie, l'effet de peau impose un champ électrique nul dans le matériau car δ tend vers 0. Le champ électrique est totalement réfléchi par le conducteur et il n'y a donc pas d'effet Joule dans le matériau. Il s'agit du modèle du conducteur parfait.

De même dans le cas d'une conductivité nulle, la loi d'Ohm locale impose $j = 0$, c'est-à-dire $\mathrm{I_{eff}} = 0$. **La puissance par effet Joule est également nulle**.

9 D'après l'énoncé, $\delta \propto 1/\sqrt{\omega}$. En pratique, la densité de courant j_0 est fixée par $\mathrm{I_{eff}}$. Puisque $j_0 \propto \mathrm{I_{eff}}/\delta$,

$$\mathrm{P_{Joule}} \propto \frac{1}{\delta} \propto \sqrt{\omega}$$

À haute fréquence (respectivement basse fréquence), la puissance par effet Joule tend vers l'infini (respectivement vers zéro).

Reprenons l'expression de R obtenue à la question 7 et celle de δ fournie :

$$\mathrm{R} = \frac{h}{\gamma\,p\,\delta} = \frac{h}{\gamma\,p}\sqrt{\frac{\mu_0\gamma\omega}{2}}$$

d'où
$$\mathrm{R} = \frac{h}{p}\sqrt{\frac{\mu_0}{2\gamma}}\sqrt{\omega} = \frac{h}{p}\sqrt{\frac{\pi\,\mu_0}{\gamma}}\sqrt{f}$$

Introduisons dans cette expression une fréquence f_0 arbitraire telle que