X/ENS Physique A PC 2020 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Tom Morel (professeur en CPGE) ; il a été relu par Vincent Freulon (professeur en CPGE) et Émilie Frémont (professeur en CPGE).

Ce sujet s'intéresse à une expérience de ralentissement de la lumière. Les quatre parties qui composent le sujet dépendent les unes des autres.

- Dans la première partie, on étudie quelques propriétés du dispositif expérimental. Elle nécessite une bonne compréhension des phénomènes mis en jeu et décrits dans le document.
- Dans la deuxième partie, on s'intéresse à une analogie mécanique du phénomène de transparence induite. On détermine l'expression de l'amplitude complexe des oscillations du système modèle, puis on étudie la puissance moyenne fournie par le terme excitateur. On vérifie enfin que le modèle permet de retrouver les courbes de réponse données dans le document. Cette partie est plutôt calculatoire.
- La partie III utilise l'analogie mécanique de la partie précédente pour l'étude électromagnétique de la transparence induite.
- Enfin, on regarde l'effet de la transparence induite sur le ralentissement de la lumière en étudiant notamment les vitesses de phase et de groupe.

L'étude documentaire est maintenant devenue un classique en PC au concours X-ENS. Ce sujet mélange des questions très proches du cours, moins calculatoires que d'autres, et d'autres qui nécessitent de bien comprendre les expériences en jeu. Même si le sujet peut sembler bref par le nombre de questions posées, certaines d'entre elles demandent un réel effort d'initiative et de compréhension, d'autant que peu d'indications ou de résultats intermédiaires sont fournis.

Téléchargé gratuitement sur Doc-Solus.fr

Indications

Partie I

2 Faire un bilan de quantité de mouvement en considérant le choc élastique.

4 Utiliser l'expression de l'énergie d'agitation thermique.

6 La pression est proportionnelle au nombre de particules présentes naturellement dans le dispositif.

Partie II

10 On peut utiliser indifféremment les notations complexes

$$\underline{\mathrm{X}}_i = \underline{x}_i\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t} \quad \text{ou} \quad \underline{\mathrm{X}}_i = \underline{x}_i\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t}$$

11 Déterminer l'expression de $\underline{x}_1$ en fonction de l'amplitude F.

14 La puissance $p(t)$ de la force peut s'écrire

$$p(t) = \mathrm{F}(t)\,v_1(t) = \mathrm{F}(t)\,\mathrm{Re}(\mathrm{j}\omega\,\underline{\mathrm{X}}_1)$$

15 La courbe de la figure 2a correspond au cas $\mathrm{K} = 0$ donc $\Omega = 0$. La largeur à mi-hauteur est définie par $\langle p(t)\rangle = p_{\max}/2$.

19 Interpoler les courbes limites pour $|\delta\omega| \ll \Omega_{\mathrm{r}}$ et $|\delta\omega| \gg \Omega_{\mathrm{r}}$.

Partie III

25 La transparence induite apparaît lorsque l'indice optique est égal à 1, c'est-à-dire lorsque $\underline{x}_1 = 0$.

Partie IV

26 La vitesse de phase est définie par

$$v_\varphi = \frac{\omega}{\mathrm{Re}(\mathrm{k})}$$

27 La vitesse de groupe est définie par

$$v_{\mathrm{g}} = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}[\mathrm{Re}(k)]}$$

30 La première impulsion a une vitesse c et la seconde se propage à la vitesse de groupe v_{g}. Les deux ondes parcourent une distance L.

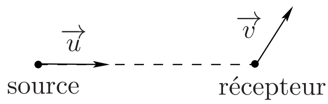
Téléchargé gratuitement sur Doc-Solus.fr

I. Le dispositif expérimental

1 Lorsque la fréquence perçue par un récepteur, ici l'atome, en mouvement par rapport à un émetteur, ici la source, est décalée par rapport à la fréquence de l'onde émise par la source dans le référentiel de la source, on parle **d'effet Doppler**.

Notons $\overrightarrow{v}$ le vecteur vitesse du récepteur dans le référentiel de la source et $\overrightarrow{u}$ le vecteur unitaire dirigé de la source vers le récepteur (voir schéma). La relation entre la fréquence perçue f_{p} et celle émise par la source f_0 est

$$\boxed{f_{\text{p}} = f_0\left(1 - \frac{\overrightarrow{v}\cdot\overrightarrow{u}}{c}\right)}$$



Démontrons cette relation dans le cas où un récepteur s'éloigne de l'émetteur à une vitesse uniforme V. La source et l'émetteur sont séparés d'une distance d à $t = 0$. De plus, on suppose pour simplifier que l'émetteur émet des bips sonores réguliers avec la période $\mathrm{T}_0 = 1/f_0$.

Notons t_1 l'instant de réception du premier bip émis à $t = 0$. Entre $t = 0$ et t_1, le bip parcourt une distance $c\,t_1$, tandis que le récepteur se déplace de $\mathrm{V}\,t_1$. Le récepteur reçoit donc le bip lorsque

$$d + \mathrm{V}\ t_1 = c\,t_1$$

d'où

$$t_1 = \frac{d}{c - \mathrm{V}}$$

Le deuxième bip est émis à $t = \mathrm{T}_0$. Notons t_2 l'instant de réception du deuxième bip. Le récepteur se situe à la distance $d + \mathrm{V}\,t_2$ de l'émetteur et l'onde a parcouru une distance $c\,(t_2 - \mathrm{T}_0)$ après son émission. Ainsi, le récepteur reçoit le deuxième bip lorsque

$$d + \mathrm{V}\,t_2 = c(t_2 - \mathrm{T}_0)$$

donc

$$t_2 = \frac{d + \mathrm{V}\,\mathrm{T}_0}{c - \mathrm{V}}$$

La durée entre deux bips reçus par le récepteur est notée T et vaut

$$\mathrm{T} = t_2 - t_1 = \mathrm{T}_0\,\frac{\mathrm{V}}{c - \mathrm{V}}$$

La fréquence perçue par le récepteur est par conséquent

$$\boxed{f = \frac{1}{\mathrm{T}} = f_0\left(1 - \frac{\mathrm{V}}{c}\right)}$$

Cette relation est aussi valable dans le cas où le récepteur se rapproche de l'émetteur. Dans ce cas, il suffit de remplacer la vitesse V par $-\mathrm{V}$. En effet, ce changement revient à changer le signe du produit scalaire $\overrightarrow{v}\cdot\overrightarrow{u}$.

2 Prenons le système isolé constitué de l'atome et d'un photon. La quantité de mouvement du système est alors conservée et on peut écrire en vertu du principe fondamental de la dynamique

$$\Delta\overrightarrow{p}_{\text{atome}} = -\Delta\overrightarrow{p}_{\text{photon}}$$

Supposons qu'un photon s'approche de l'atome avec la quantité de mouvement

$$\overrightarrow{p}_{\text{photon,i}} = -\frac{h}{\lambda}\,\overrightarrow{n}$$

où $\overrightarrow{n}$ désigne le vecteur unitaire orienté de l'atome vers le photon. On suppose le choc élastique et frontal. Après le choc, le photon repart dans la direction opposée avec une quantité de mouvement égale à

$$\overrightarrow{p}_{\text{photon,f}} = \frac{h}{\lambda}\,\overrightarrow{n}$$

d'où

$$\Delta\overrightarrow{p}_{\text{atome}} = -\frac{2h}{\lambda}\,\overrightarrow{n} = m\,\Delta\overrightarrow{v}$$

avec m la masse de l'atome et $\Delta\overrightarrow{v}$ la variation de sa vitesse.

> Si le choc est absorbant, le photon de sortie n'existe plus et il n'y a pas de facteur 2. Dans le cas général, il faut remplacer le facteur 2 par un coefficient α compris entre 1 et 2. Dans la suite, on conserve le facteur 2 ce qui ne change pas l'ordre de grandeur.

Chaque photon contribue alors à diminuer la vitesse de l'atome d'une valeur Δv. Pour N photons, on peut écrire en norme

$$m\,|\Delta v_{\text{tot}}| = \frac{2\mathrm{N}h}{\lambda} \qquad \text{soit} \qquad \mathrm{N} = \frac{m\,\lambda\,|\Delta v_{\text{tot}}|}{2h}$$

Prenons un laser de longueur d'onde 600 nm. Avec $|\Delta v_{\text{tot}}| \simeq 7\cdot 10^2$ m.s^{-1} et $m = \mathrm{M}/\mathrm{N_A}$, on parvient à

$$\boxed{\mathrm{N} = \frac{2\cdot 10^{-2}\times 6\cdot 10^{-7}\times 7\cdot 10^{2}}{2\times 6\cdot 10^{23}\times 6\cdot 10^{-34}} \simeq 10^4}$$

Il faut environ 10^4 photons pour baisser la vitesse de l'atome de 720 m.s^{-1} à 40 m.s^{-1}.

3 Notons $\mathrm{V_0}$ la profondeur (homogène à une énergie) du puits de potentiel. D'après le théorème de l'énergie cinétique pour un système conservatif, la vitesse v d'une particule piégée est telle, qu'à tout instant au cours de son mouvement,

$$v < \sqrt{\frac{2\mathrm{V_0}}{m}}$$

Considérons le cas où l'énergie totale E de la particule vérifie $\mathrm{V_0}-\varepsilon < \mathrm{E} < \mathrm{V_0}$ avec ε un paramètre compris entre 0 et $\mathrm{V_0}$. Lorsqu'on abaisse les bords du puits de $\mathrm{V} = \mathrm{V_0}$ à $\mathrm{V} < \mathrm{V_0}-\varepsilon$, la particule s'échappe à tous les coups (voir le schéma ci-dessous). **En diminuant la profondeur du puits, les atomes plus rapides sont éjectés.**