CCINP Physique PC 2020 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Jean-Christophe Tisserand (professeur en CPGE) ; il a été relu par Émilie Frémont (professeur en CPGE) et Julien Dumont (professeur en CPGE).

Cette épreuve traite de la physique d'un aéronef. Elle est divisée en trois parties relativement indépendantes qui peuvent être étudiées séparément.

- La première partie s'intéresse à la physique des ailes d'avion. Elle propose d'étudier les forces de portance et de traînée ainsi que les notions de finesse et de polaire, qui sont spécifiques à l'aérodynamique. Ces questions font appel à des connaissances générales en mécanique des fluides.
- La deuxième partie traite de l'instrumentation dans un avion. Dans un premier temps, un appareil permettant de déterminer la vitesse de l'avion, appelé tube de Pitot, est analysé. Dans une seconde sous-partie, un condensateur plan modifié, permettant de détecter la présence d'une couche de glace et de mesurer son épaisseur, est étudié à l'aide des lois de l'électrostatique.
- La troisième partie se concentre sur la propulsion de l'avion en étudiant un turboréacteur d'un point de vue thermodynamique et dynamique. La force propulsive est calculée à l'aide d'un bilan de quantité de mouvement et le fonctionnement du turboréacteur est modélisé par un cycle de Brayton. Enfin, la dynamique d'une tuyère est développée dans une dernière sous-partie.

Ce sujet est intéressant et constitue un excellent moyen de réviser de nombreuses parties des programmes de première et deuxième années. Sa difficulté est raisonnable mais il nécessite de faire preuve d'initiative car, dans de nombreuses questions, l'énoncé ne précise pas en fonction de quels paramètres la grandeur physique recherchée doit être exprimée.

Indications

Partie I

2 Penser à utiliser la relation de Bernoulli sur une ligne de courant.

3 Utiliser le théorème de Bernoulli sur une ligne de courant.

6 Se souvenir que l'intégrale s'interprète comme l'aire sous la courbe d'une fonction.

9 La consommation de kérosène est le critère principal lors d'un vol.

10 Appliquer le principe fondamental de la dynamique à l'avion lorsque le mouvement est rectiligne uniforme.

15 Dessiner au préalable un schéma du vol entre A et B en ajoutant la vitesse du vent $\overrightarrow{v_{\mathrm{v}}}$ et les vitesses de l'avion à l'aller $\overrightarrow{\mathrm{V_a}}$ et au retour $\overrightarrow{\mathrm{V_r}}$.

16 Utiliser le théorème de l'énergie cinétique entre le départ et l'instant où l'avion quitte le sol.

Partie II

18 Utiliser la loi de Bernoulli sur deux lignes de courant bien choisies.

21 Calculer le champ électrique à l'aide du théorème de Gauss après avoir fait une étude des symétries et des invariances de la distribution de charge.

22 Déterminer la capacité C du condensateur en utilisant le lien entre le champ électrostatique et la différence de potentiel.

Partie III

27 Utiliser la définition de la dérivée d'une fonction.

30 Penser au principe des actions réciproques ou à la troisième loi de Newton.

32 Calculer la pression $\mathrm{P_2}$ à l'aide de la loi de Laplace.

34 Penser que le travail fourni à la turbine est l'opposé de celui reçu par l'air de la part du compresseur.

36 Utiliser la définition de la puissance d'une force.

39 Appliquer la loi de Laplace pour déterminer la relation entre la pression $\mathrm{P}(x)$ et la masse volumique $\rho(x)$ au niveau de l'abscisse x.

40 Trouver le profil de la tuyère à l'aide de la conservation du débit massique $\mathrm{D_m}$.

42 Utiliser la conservation du débit massique.

43 Relier la pression $\mathrm{P_e}$ et la masse volumique ρ_{e} à la température $\mathrm{T_e}$ à l'aide de la loi des gaz parfaits.

Partie I - Mécanique du vol

1 En mécanique des fluides, une ligne de courant est, par définition, une ligne de champ de vitesse $\overrightarrow{v}(\mathrm{M}, t)$ du fluide. Elle correspond à un lieu de points M tels que la vitesse soit colinéaire au vecteur déplacement élémentaire $\mathrm{d}\overrightarrow{\mathrm{OM}}$. Ainsi

$$\boxed{\overrightarrow{v}(\mathrm{M}, t) \wedge \mathrm{d}\overrightarrow{\mathrm{OM}} = \overrightarrow{0}}$$

Cette notion correspond à une description **eulérienne** de l'écoulement du fluide car elle fait appel au champ de vitesse $\overrightarrow{v}(\mathrm{M}, t)$.

> Une description lagrangienne correspond à une description avec les trajectoires d'une particule fluide, ce qui se confond avec la description eulérienne si l'écoulement est stationnaire, c'est-à-dire si le champ de vitesse $\overrightarrow{v}(\mathrm{M}, t)$ ne dépend pas explicitement du temps t.

2 Si l'air, assimilé à un fluide parfait, est en écoulement incompressible, stationnaire et homogène, l'équation de Bernoulli s'écrit sur une ligne de courant

$$\frac{1}{2}\,\rho\,v^2 + \mathrm{P} + \rho\,g\,z = \mathcal{C}_\infty$$

où P est la pression de l'air en un point de la ligne de courant, ρ la masse volumique en ce point, v la vitesse de l'écoulement et $\mathcal{C}_\infty$ une constante déterminée loin de l'aile d'avion. Sachant que les effets de la gravité sont négligés dans l'ensemble de cette partie, on a simplement

$$\frac{1}{2}\,\rho\,v^2 + \mathrm{P} = \mathcal{C}_\infty$$

La constante $\mathcal{C}_\infty$ est alors identique pour toutes les lignes de courant. Or, les lignes de courant au niveau de l'extrados sont plus resserrées que les lignes de courant au niveau de l'intrados. La vitesse v_E au niveau de l'extrados est, par conséquent, supérieure à la vitesse v_I au niveau de l'intrados. Puisque $\rho\,{v_\mathrm{E}}^2/2$ est supérieur à $\rho\,{v_\mathrm{I}}^2/2$, on en déduit, d'après la relation de Bernoulli, que la pression $\mathrm{P_I}$ sous l'aile est globalement supérieure à la pression $\mathrm{P_E}$ sur l'aile, d'où l'existence d'**une force de portance ascendante** à cause de cette différence de pression.

3

> Il faut faire attention à l'orientation de l'axe des ordonnées dans cette question. En effet, l'axe est orienté vers le bas sur la figure.

D'après la question 2, la relation de Bernoulli sur une ligne de courant est

$$\frac{1}{2}\,\rho\,v^2 + \mathrm{P} = \mathcal{C}_\infty = \frac{1}{2}\,\rho_\infty\,{v_\infty}^2 + \mathrm{P}_\infty$$

où ρ_∞, P_∞ et v_∞ sont respectivement la masse volumique, la pression et la vitesse de l'écoulement loin de l'aile. Par conséquent, le coefficient de pression $\mathrm{C_p}$ s'écrit de façon équivalente sous la forme

$$\mathrm{C_p} = \frac{\mathrm{P} - \mathrm{P}_\infty}{\rho_\infty\,{v_\infty}^2/2} = 1 - \frac{\rho\,v^2}{\rho_\infty\,{v_\infty}^2}$$

L'écoulement étant homogène, la masse volumique est uniforme et on aboutit à

$$\mathrm{C_p} = 1 - \frac{v^2}{{v_\infty}^2}$$

D'après la question précédente, la vitesse v_E au niveau de l'extrados est globalement supérieure à la vitesse v_I au niveau de l'intrados. Ainsi

$$\frac{{v_\mathrm{E}}^2}{{v_\infty}^2} > \frac{{v_\mathrm{I}}^2}{{v_\infty}^2}$$

et
$$1 - \frac{{v_\mathrm{E}}^2}{{v_\infty}^2} < 1 - \frac{{v_\mathrm{I}}^2}{{v_\infty}^2}$$

Le coefficient de pression de l'extrados est par conséquent inférieur à celui de l'intrados. En conclusion, $\mathrm{C}_{\mathbf{p}_1}$ **renvoie à l'extrados et** $\mathrm{C}_{\mathbf{p}_2}$ **à l'intrados**.

4 D'après la question 3, le coefficient de pression s'écrit sous la forme

$$\mathrm{C_p} = 1 - \frac{v^2}{{v_\infty}^2}$$

Puisque $v^2/{v_\infty}^2$ est toujours positif ou nul, on en déduit que

$$\boxed{\mathrm{C_p} \leqslant 1}$$

5 Les dimensions d'une vitesse, d'une masse volumique, d'une surface et d'une force sont les suivantes

$$[v_\infty] = \mathrm{L.T^{-1}} \qquad [\rho_\infty] = \mathrm{M.L^{-3}} \qquad [\mathrm{S_{ref}}] = \mathrm{L^2} \qquad [\mathrm{F}_z] = \mathrm{M.L.T^{-2}}$$

Ainsi, la dimension du coefficient de portance est

$$\mathrm{C}_z = \frac{[\mathrm{F}_z]}{[\mathrm{S_{ref}}\,\rho_\infty\,{v_\infty}^2]} = \frac{\mathrm{M.L.T^{-2}}}{\mathrm{L^2 \times M.L^{-3} \times \left(L.T^{-1}\right)^2}} = 1$$

En conclusion, **le coefficient de portance** C_z **est sans dimension.**

6 Puisque le coefficient de portance C_z est calculé en intégrant la différence des coefficients de pression entre l'intrados et l'extrados, plus cette différence est marquée plus la valeur du coefficient de portance est importante. Or, sur la figure 5, la différence entre les coefficients de pression est plus grande pour une inclinaison de 6° que pour une inclinaison de 2°. Ainsi, **le coefficient de portance avec une inclinaison de 6° est plus élevée qu'avec une inclinaison de 2°**.

7 D'après la question 6, en augmentant l'inclinaison, on augmente le coefficient de portance. Ainsi, pour faire décoller l'avion, le pilote doit **sortir les volets** pour augmenter la force de portance.

8 Comme on peut le voir ci-dessous, lors d'un vol en palier, quatre forces s'exercent sur l'avion pour maintenir à la fois son vecteur vitesse et son altitude constants.