

Centrale Physique et Chimie 2 PSI 2019 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Raphaël Galicher (enseignant-chercheur à l'université) et Alexandre Herault (professeur en CPGE) ; il a été relu par Robin Guichardaz (professeur agrégé) et Stéphane Ravier (professeur en CPGE).

Le sujet étudie le réalisme de certaines scènes du film de science-fiction *The Martian (Seul sur Mars)* de Ridley Scott avec Matt Damon, sorti en 2015.

- La première partie, la plus courte, s'appuie sur un extrait d'un article publié dans le journal du CNRS. Il est question de déterminer quelques caractéristiques de la trajectoire de Mars autour du Soleil.
- Voulant s'assurer du réalisme, ou non, de la scène de tempête sur Mars pendant laquelle le véhicule d'exploration est renversé, la deuxième partie commence par une étude rapide de l'atmosphère martienne en s'intéressant particulièrement à l'état thermodynamiquement stable de l'eau. Vient ensuite l'étude proprement dite des conditions de cette « tempête », ainsi que des conditions mécaniques requises pour provoquer le basculement du Véhicule Ascensionnel Martien (VAM). Il est parfois nécessaire de prendre quelques initiatives, notamment pour interpréter correctement et complètement les informations présentes en annexe.
- La troisième partie, sans doute la plus simple, aborde succinctement l'efficacité d'une pompe à chaleur ditherme alimentée par des panneaux photovoltaïques.
- La quatrième partie s'intéresse au voyage spatial proprement dit. On s'appuie sur des orbites de transfert elliptiques, dites orbites de Hohmann. Les calculs envisagés, purement algébriques donc simples en apparence, nécessitent soin et rigueur pour utiliser à bon escient les différentes notations introduites et définir correctement les grandeurs à calculer. La partie se termine par deux résolutions de problème centrées sur la notion de poussée afin d'expliquer la scène de récupération de l'astronaute Mark Watney, lorsque ce dernier tente de rejoindre le véhicule spatial Hermès.
- La cinquième partie aborde la fabrication d'eau sur Mars. Les questions sont très classiques et c'est la thermodynamique chimique qui constitue l'essentiel de cette courte partie, notamment grandeurs standard de réaction, constante d'équilibre, déplacement d'équilibre et calcul de température de flamme.
- La dernière partie traite de la culture des pommes de terre sur Mars que Mark Watney fait pousser en utilisant des bactéries. On utilise dans cette partie la bactérie classique *E. coli* comme organisme modèle et on modélise le stress oxydant du sol de Mars par du peroxyde d'hydrogène H_2O_2 . Cette partie est l'occasion de traiter de diffusion de particules à travers la paroi des bactéries puis de cinétique pour étudier les variations des concentrations du peroxyde d'hydrogène à l'intérieur et à l'extérieur des bactéries.

Le sujet est très long et il aborde des thématiques variées sous l'angle original de la validation scientifique d'une œuvre cinématographique. De nombreuses données numériques sont fournies en annexe et certaines réponses aux questions s'y trouvent. Il est important dans ce type d'épreuve de se « laisser porter » par le sujet, tout en étant toujours dans la position de l'observateur critique qui peut souvent, par simple bon sens, progresser dans la compréhension des phénomènes.

INDICATIONS

Partie I

- 1 Utiliser le temps de parcours des signaux radio quand la Terre et Mars sont au plus proche, puis au plus loin, l'une de l'autre.
- 2 Utiliser la troisième loi de Kepler.

Partie II

- 4 La pression dans le scaphandre n'est pas la pression à la surface de la Terre et le corps humain a besoin d'un volume d'oxygène donné à chaque inspiration.
- 7 Utiliser les valeurs affichées sur la figure 1 pour la température et la pression de l'atmosphère martienne.
- 8 Une des raisons est liée au taux d'oxygène et l'autre à la vaporisation de l'eau.
- 10 Utiliser le dernier graphe de l'annexe qui donne le coefficient de traînée en fonction du nombre de Reynolds et même l'expression de la force de traînée.
- 11 Calculer les moments des forces par rapport au point fixe O.

Partie III

- 15 Estimer la surface des panneaux solaires visibles sur la figure 3.

Partie IV

- 17 Exprimer le temps de transfert en fonction de la période orbitale du vaisseau. Repérer Mars et la Terre par leurs positions angulaires car leur distance au Soleil est constante.
- 18 L'angle formé par TSM (Terre, Soleil, Mars) au début du nouveau lancement doit être le même que celui défini par T_0SM_0 .
- 19 Chercher les positions de la Terre et de Mars au début du nouveau transfert.
- 22 Exprimer la force de poussée en fonction de la masse d'air éjecté. En déduire le volume d'air à éjecter pour réduire la vitesse de 30 m.s^{-1} . Estimer le volume du vaisseau Hermès.
- 23 Utiliser la vitesse d'éjection de 500 m.s^{-1} donnée à la question 22. Pour calculer la densité de l'air dans le scaphandre, utiliser les résultats des questions 2 et 5. Trouver en combien de temps le scaphandre se vide de son air. Estimer alors le temps nécessaire pour que Mark Watney rejoigne le vaisseau en estimant la distance à parcourir. Utiliser les résultats de la question 8. Remarquer que la main de Mark Watney n'est pas confondue avec son centre de gravité.

Partie V

- 25 Penser à la stœchiométrie complète pour la formation d'eau à partir d'hydrazine.
- 27 Utiliser dans un premier temps la densité pour déterminer le paramètre de maille. La masse molaire de l'iridium a été oubliée dans l'énoncé : $192,2 \text{ g.mol}^{-1}$.
- 28 Calculer les grandeurs standard de réaction pour déterminer $\Delta_r G^\circ$, puis K° .
- 29 Utiliser la relation de Van't Hoff.
- 30 Faire l'hypothèse d'une transformation adiabatique pour le calcul de la température de flamme et se placer en conditions stœchiométriques.

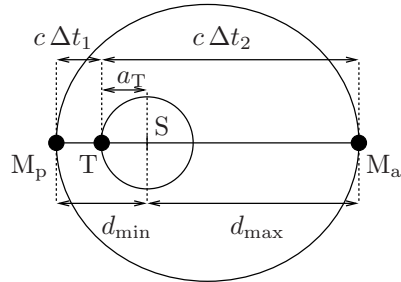
Partie VI

- 32 Faire apparaître j , la densité de courant particulaire. Le problème est de symétrie sphérique (une seule dimension r) ; établir une équation différentielle en r pour la concentration. L'intégrer entre $R - e$ et R .
- 34 Déterminer le rayon R en utilisant le volume de la bactérie.
- 35 Exprimer le flux de H_2O_2 sortant de la bactérie en faisant apparaître le volume de la bactérie et la concentration $[\text{H}_2\text{O}_2]_i$.
- 40 La dérivée de $[\text{H}_2\text{O}_2]_i$ par rapport au temps fait intervenir les quatre phénomènes décrits figure 8. Pour la variation de $[\text{H}_2\text{O}_2]_e$, relier la variation de la quantité de matière à la diffusion à travers toutes les cellules. Utiliser les volumes V_e et V_i .
- 41 À l'équilibre les concentrations intérieure et extérieure sont égales et stationnaires.
- 43 En situation de stress oxydant, $[\text{H}_2\text{O}_2] \gg K_M$, ce qui implique des vitesses michaeliennes maximales.
- 45 Si la durée de décomposition est trop longue, les bactéries ont peu de chance de survivre dans ce milieu très agressif.

SEUL SUR MARS

I. LA PLANÈTE MARS

1 On suppose que la trajectoire de la Terre T est circulaire. Celle de Mars est une ellipse de foyer le Soleil S. La distance minimale entre Mars et la Terre est celle entre le périhélie M_p de Mars et la position T de la Terre sur le schéma. La distance maximale est celle entre l'aphélie M_a de Mars et la position T.



D'après l'article du CNRS, les signaux radio qui se propagent à la vitesse de la lumière c mettent $\Delta t_1 = 5$ min pour aller de T à M_p et $\Delta t_2 = 22$ min pour aller de T à M_a . Les distances minimale et maximale entre la Terre et Mars sont $c\Delta t_1$ et $c\Delta t_2$. On en déduit les distances minimale (d_{\min}) et maximale (d_{\max}) entre Mars et le Soleil en fonction de la distance Terre-Soleil a_T

$$\begin{cases} d_{\min} = c\Delta t_1 + a_T = 240 \times 10^6 \text{ km} \\ d_{\max} = c\Delta t_2 - a_T = 246 \times 10^6 \text{ km} \end{cases}$$

D'après le schéma, on trouve que le demi-grand axe a_M est

$$a_M = \frac{d_{\min} + d_{\max}}{2} = 243 \times 10^6 \text{ km} \simeq 1,62 \text{ u.a.}$$

2 La Terre et Mars orbitent autour du Soleil de masse M_\odot . Leurs période \mathcal{P} et demi-grand axe a obéissent donc à la troisième loi de Kepler

$$\frac{a^3}{\mathcal{P}^2} = \frac{GM_\odot}{4\pi^2}$$

où $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$. On en déduit avec $\mathcal{P}_T = 365$ jours

$$a_M = a_T \left(\frac{\mathcal{P}_M}{\mathcal{P}_T} \right)^{2/3} = 229 \times 10^6 \text{ km} \simeq 1,52 \text{ u.a.}$$

Cette valeur diffère de $(1,62 - 1,52)/1,52 \simeq 7\%$ de la valeur estimée à partir des données de l'article. Or, cette estimation se base sur les temps de parcours donnés à la minute près, soit avec une précision de 30 s. Cela implique une précision relative sur a_M d'au moins $\simeq 0,5/5 = 10\%$. Les valeurs estimées de a_M sont donc en accord.

La troisième loi de Kepler permet également de calculer la masse du Soleil

$$M_\odot = \frac{4\pi^2 a_T^3}{G \mathcal{P}_T^2} \simeq 2,0 \times 10^{30} \text{ kg}$$

3 Considérons la répartition de masse de Mars homogène. Le champ de pesanteur g_M à la surface de Mars de masse M_M et de rayon $R_M = 3390$ km est donné par

$$g_M = \frac{GM_M}{R_M^2}.$$

En introduisant la masse volumique $\rho_M = 3900 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, il vient

$$g_M = \frac{4\pi G \rho_M R_M}{3} \simeq 3,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Ce champ est environ trois fois plus petit que sur Terre où il vaut $g_T \simeq 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.