CCINP Physique et Chimie MP 2019 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Arthur Alexandre (ENS Paris-Saclay) et Alexandre Herault (professeur en CPGE) ; il a été relu par Jérôme Lambert (enseignant-chercheur à l'université), Émilie Frémont (professeur en CPGE) et Augustin Long (professeur en CPGE).

Ce sujet de physique-chimie, qui a pour thème le mouton, comporte quatre parties indépendantes. Les deux premières constituent la partie physique de l'épreuve. On y développe différents modèles afin de comprendre certains phénomènes comme le fait que les moutons se regroupent en troupeau pour supporter les basses températures. Les deux dernières parties constituent l'étude chimique.

- La première partie s'intéresse au maintien de la température d'un mouton. Après une première sous-partie consacrée à la diffusion thermique, le sujet se concentre sur la modélisation de l'équilibre et du déséquilibre thermique d'un mouton avec son environnement. Une dernière sous-partie aborde une conséquence de ces propriétés thermiques à travers la disposition des moutons dans un troupeau exposé au froid.
- La deuxième partie, très courte, aborde brièvement deux des sens du mouton : l'ouïe et la vue. Des modèles de l'oreille et de l'œil du mouton y sont présentés.
- La troisième partie étudie la composition et les qualités d'un lait de brebis. C'est la chimie des solutions aqueuses qui est utilisée ici : on aborde dans un premier temps le protocole de dosage du lactose par la méthode de Bertrand, puis on détermine la fraîcheur d'un lait en dosant l'acide lactique issu de la dénaturation du lactose.
- La quatrième et dernière partie, qui traite de l'hygiène et de l'entretien des bergeries, est composée de trois petites sous-parties. On s'intéresse d'abord à l'eau de Javel par l'intermédiaire du diagramme potentiel-pH du chlore. Puis on réalise une rapide étude cinétique de la décomposition de l'eau oxygénée en solution aqueuse. On termine par une étude thermodynamique en rapport avec la fabrication de la chaux dont on recouvre les murs pour les désinfecter.

Ce sujet, de difficulté modérée, est très efficace pour réviser dans son ensemble le cours portant sur les transferts thermiques. Il fait appel, dans une moindre mesure, à des notions de mécanique et d'optique. Les questions de chimie posées sont très classiques et en rapport direct avec le cours. Notons également la présence de nombreuses applications numériques. Cette épreuve est un très bon entraînement pour la préparation de ce concours.

Indications

1 Retrouver la dimension de la conductivité en réalisant une analyse dimensionnelle de la loi de Fourier ou en étudiant l'unité de λ_{laine}.

2 Utiliser la loi de Fourier donnée à la question 1.

6 Définir la résistance thermique par analogie avec l'électrocinétique.

8 Prendre en compte les 6 résistances thermiques (à cause des 6 faces du parallélépipède) et déterminer si elles sont en série ou en parallèle.

11 Pour déterminer si les 3 résistances sont en série ou en parallèle, regarder les températures qui leur sont appliquées.

12 On se place en régime stationnaire et on considère que la puissance apportée par le métabolisme compense exactement les pertes énergétiques par transfert thermique et par sudation.

14.a Faire un bilan minutieux des puissances (transfert thermique, métabolisme, sudation) et déduire le signe de chaque puissance en déterminant si ces puissances sont cédées ou apportées au système considéré. Exprimer ensuite la puissance associée à la sudation en utilisant le résultat de la question 12.

14.b On reconnaît ici une équation différentielle du premier ordre à coefficients constants que l'on peut résoudre.

14.c Il y a une coquille dans l'énoncé à cette question. La plage de température d'adaptation de la brebis non tondue est entre $-8°\text{C}$ et $25°\text{C}$ d'après le document proposé au début du sujet.

17 Déterminer un montage électrique pour lequel on retrouve la même équation différentielle du 1^{er} ordre que celles obtenues aux questions 14.a et 16.

18 On pourra considérer le dioxygène comme étant un gaz parfait.

19 Comment varie la puissance thermique transférée vers l'air extérieur avec la surface de toison exposée ?

20 Appliquer le principe fondamental de la dynamique au tympan puis à la membrane de l'oreille interne. Noter que x et x' ont des origines différentes.

21 Se contenter de l'équation différentielle relative à x' et la transposer en notation complexe.

24 Utiliser la formule de conjugaison de Descartes et les définitions du *punctum proximum* et du *punctum remotum*.

27 Le « lactosérum » utilisé dans le protocole est en fait le lait.

29 Laissé à l'air libre, on suppose que l'on dénature la totalité du lactose.

31 La lecture graphique ne suffit pas pour déterminer les potentiels standard. Il faut appliquer la relation de Nernst. On suppose que toutes les espèces dissoutes sont à la concentration C.

33 Penser à vérifier que les résultats expérimentaux confirment l'hypothèse d'un ordre 1.

35 Utiliser la loi d'Arrhenius.

38 Déterminer le signe de $\Delta_{\text{r}}\text{G}$ pour connaître l'évolution du système.

39 L'apport d'énergie permet de chauffer la roche entrante et de réaliser la réaction endothermique.

40 L'eau de chaux est une solution saturée de Ca(OH)_2.

« S'il vous plaît... dessine-moi un mouton ! »

I. La température du mouton

1 Retrouvons la dimension de la conductivité thermique λ en réalisant une analyse dimensionnelle de la loi de Fourier :

$$\overrightarrow{\jmath_{\mathrm{Q}}} = -\lambda\, \overrightarrow{\mathrm{grad}}\ \mathrm{T}$$

Déterminons tout d'abord la dimension du vecteur densité de courant thermique $\overrightarrow{\jmath_{\mathrm{Q}}}$. Le flux thermique φ se définit par rapport à $\overrightarrow{\jmath_{\mathrm{Q}}}$ de la manière suivante :

$$\varphi = \int \overrightarrow{\jmath_{\mathrm{Q}}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{dS}}$$

Le flux thermique ayant la dimension d'une puissance, on a $[\varphi] = \mathrm{M\ L^2\ T^{-3}}$. On en déduit la dimension de $\overrightarrow{\jmath_{\mathrm{Q}}}$ grâce à l'équation précédente :

$$[\overrightarrow{\jmath_{\mathrm{Q}}}] = \frac{\mathrm{ML^2\ T^{-3}}}{\mathrm{L^2}} = \mathrm{M\ T^{-3}}$$

On peut alors déterminer la dimension de λ à l'aide de la loi de Fourier :

$$[\lambda] = \frac{\mathrm{M\ T^{-3}}}{\Theta\ \mathrm{L^{-1}}}$$

soit,

$$\boxed{[\lambda] = \mathrm{ML}\ \Theta^{-1}\ \mathrm{T^{-3}}}$$

> On pouvait retrouver la dimension de λ en regardant l'unité de λ_{laine} donnée précédemment dans l'énoncé.
>
> Attention à ne pas confondre T qui représente la dimension du temps avec la notation usuelle pour la température.

2 On suppose que la température ne dépend que de z et de t (on considère un problème unidimensionnel en négligeant les effets de bord). En appliquant la loi de Fourier, on obtient

$$\overrightarrow{\jmath_{\mathrm{Q}}}(z,t) = -\lambda \frac{\partial \mathrm{T}}{\partial z}(z,t)\overrightarrow{e_{\mathrm{z}}}$$

Le vecteur $\overrightarrow{\jmath_{\mathrm{Q}}}$ est **orienté suivant l'axe O*z***. Il dépend des variables ***z*** et ***t***.

3 Appliquons le premier principe de la thermodynamique à une tranche d'épaisseur dz du parallélépipède entre les instants t et $t + \mathrm{d}t$:

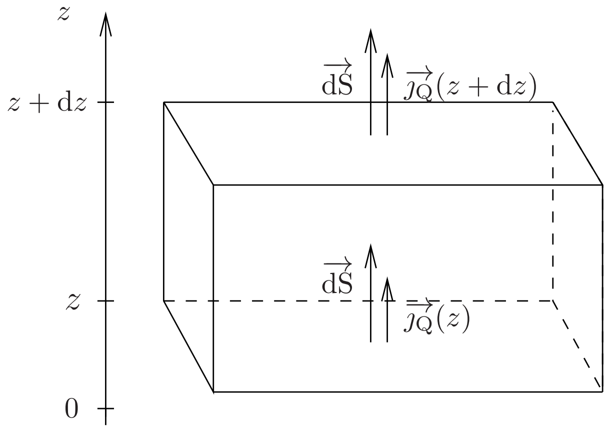
$$\mathrm{U}(t + \mathrm{d}t) - \mathrm{U}(t) = \delta\mathrm{W} + \delta\mathrm{Q}$$

Aucun travail n'est apporté ici, donc $\delta\mathrm{W} = 0$. D'autre part, on a

$$\delta\mathrm{Q} = \varphi(z,t)\mathrm{d}t - \varphi(z + \mathrm{d}z,t)\mathrm{d}t = \left(\iint \overrightarrow{\jmath_{\mathrm{Q}}}(z,t) \cdot \overrightarrow{\mathrm{dS}} - \iint \overrightarrow{\jmath_{\mathrm{Q}}}(z + \mathrm{d}z,t) \cdot \overrightarrow{\mathrm{dS}}\right) \mathrm{d}t$$

avec $\overrightarrow{\mathrm{dS}}$ orienté suivant $+\overrightarrow{e_{\mathrm{z}}}$.

> On compte positivement l'énergie entrante en z et négativement l'énergie sortante en $z + \mathrm{d}z$ (cf. schéma suivant).



Étant donné que $\overrightarrow{j_{\mathrm{Q}}}$ ne dépend ni de x, ni de y, on en déduit

$$\delta \mathrm{Q} = \mathrm{LH}\,\Big(j_{\mathrm{Q}}(z,t) - j_{\mathrm{Q}}(z + \mathrm{d}z,t)\Big)\ \mathrm{d}t = -\mathrm{LH}\ \frac{\partial j_{\mathrm{Q}}}{\partial z}(z,t)\ \mathrm{d}z\ \mathrm{d}t$$

On utilise à présent la loi de Fourier :

$$\delta \mathrm{Q} = \mathrm{LH}\ \lambda \frac{\partial^2 \mathrm{T}}{\partial z^2}(z,t)\ \mathrm{d}z\ \mathrm{d}t$$

D'autre part, comme le système considéré est une phase condensée incompressible indilatable, on a

$$\mathrm{U}(t + \mathrm{d}t) - \mathrm{U}(t) = c\mu\ \left(\mathrm{T}(z,t + \mathrm{d}t) - \mathrm{T}(z,t)\right)\mathrm{LH}\mathrm{d}z = c\mu\ \mathrm{LH}\ \frac{\partial \mathrm{T}}{\partial t}(z,t)\mathrm{d}t\ \mathrm{d}z$$

En substituant ces deux dernières expressions dans le 1^{er} principe, on obtient l'équation différentielle que vérifie T :

$$\boxed{\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial t}(z,t) = \frac{\lambda}{\mu c}\frac{\partial^2 \mathrm{T}}{\partial z^2}(z,t)}$$

On retrouve une équation de diffusion avec pour coefficient de diffusion

$$\mathrm{D} = \frac{\lambda}{\mu c}$$

4 En régime stationnaire, cette équation différentielle devient

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}^2 \mathrm{T}}{\mathrm{d}z^2}(z) = 0}$$

En intégrant une fois cette équation différentielle par rapport à z, on obtient

$$\frac{\mathrm{dT}}{\mathrm{d}z}(z) = a$$

avec $a \in \mathbb{R}$. La loi de Fourier s'écrit alors

$$\overrightarrow{j_{\mathrm{Q}}}(z) = -\lambda \frac{\mathrm{dT}}{\mathrm{d}z}(z)\overrightarrow{e_{\mathrm{z}}} = -\lambda a \overrightarrow{e_{\mathrm{z}}}$$

On en déduit que $\overrightarrow{j_{\mathrm{Q}}}$ est **indépendant de z en régime stationnaire**.

5 Résolvons l'équation différentielle vérifiée par T en régime stationnaire :