e3a Physique et Chimie PSI 2017 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Stéphane Ravier (professeur en CPGE) ; il a été relu par Jérôme Lambert (enseignant-chercheur à l'université), Alexandre Herault (professeur en CPGE) et Tom Morel (professeur en CPGE).

Ce sujet s'intéresse à certains aspects d'un dispositif d'assistance cardiaque et plus généralement à la physico-chimie du cœur.

- Dans la première partie, on se concentre sur l'oscillateur qui est nécessaire pour assurer une mesure fiable et en continu du volume de sang à l'intérieur du cœur. Le circuit proposé utilise deux ALI idéaux en fonctionnement linéaire. Les questions sont très détaillées et ne posent guère de difficultés. Deux petites questions, étayées par des documents, abordent rapidement la modulation d'amplitude mise en œuvre pour la communication de données par le cœur artificiel.
- Le dispositif artificiel présenté n'a pas de pile implantée, il repose sur une alimentation externe. C'est la transmission par induction et la mise en forme du signal électrique qui font l'objet de la deuxième partie. Il faut être au point sur la conversion de puissance pour traiter ces questions.
- La troisième partie étudie les conditions de formation de caillots sanguins. On modélise l'écoulement sanguin par un écoulement de Poiseuille. Après avoir établi la loi de Hagen-Poiseuille, on conclut sur la formation de caillots grâce à un document.
- Dans la quatrième partie, on étudie le cœur d'un point de vue thermodynamique. Après l'étude d'un cycle modèle, on cherche à établir l'efficacité du cœur en utilisant le formalisme des machines dithermes. Cela conduit à développer un modèle de comportement, où les ordres de grandeur sont plus importants que les calculs détaillés.
- Enfin, la cinquième partie s'intéresse à la production d'énergie, nécessaire au fonctionnement du muscle cardiaque, à partir de l'oxydation du glucose présent dans le sang. Ici encore, les thématiques abordées sont variées : structure de la matière, thermodynamique chimique, cinétique et analyse de courbes.

Ce sujet comporte de très nombreuses questions, mais elles se traitent rapidement car elles ne recèlent que très peu de difficultés. Conformément à l'esprit des programmes, il s'appuie sur l'étude de documents. C'est un bon exercice d'entraînement pour vérifier que l'on a acquis les principaux réflexes dans les thématiques abordées.

Notons que lors de l'épreuve, les candidats avaient reçu deux énoncés. Le premier est celui qui est reproduit dans ce livre. Le deuxième, qui contenait exactement les mêmes questions, comportait également des cadres dans lesquels les réponses devaient être écrites. C'est ce document qui était ramassé à la fin de l'épreuve. Il s'agissait donc d'une copie normalisée, pratique pour les correcteurs.

Indications

Partie I

A.2 Utiliser l'équivalence $\mathrm{j}\omega \longleftrightarrow \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}$ permettant de passer de l'espace complexe à l'espace réel.

A.4 Question piège : ce système bien connu est inconditionnellement stable comme le prouve par exemple le critère de Routh.

A.5 Traduire l'égalité de l'intensité du courant traversant la résistance et le condensateur. Utiliser le fonctionnement linéaire de l'ALI.

A.6 Erreur d'énoncé : les bornes + et − de l'ALI sont inversées sur la figure 5.

B.2 Si f_0 désigne la fréquence de la porteuse et f celle du signal modulant, les trois pics correspondent à f_0 et $f_0 \pm f$.

Partie II

C.2 Supposer que la section du tore est uniforme. Grâce à la conservation du flux du champ magnétique, justifier que le champ magnétique est uniforme. Appliquer le théorème d'Ampère et utiliser la modélisation linéaire du matériau ferromagnétique utilisé. Simplifier l'expression obtenue en tenant compte de $\mu_\mathrm{r} \gg 1$.

C.3 Traduire la loi des mailles au primaire et au secondaire.

D.2 Supposer les diodes idéales et sans seuil. Tracer la tension aux bornes de la source idéale de courant équivalente à la charge.

Partie III

E.1 Négliger la pesanteur.

E.3 Intégrer le théorème de la résultante cinétique en utilisant la condition d'adhérence du fluide aux parois.

E.5 La loi de Hagen-Poiseuille est une relation qui relie le débit volumique Q de l'écoulement à la différence de pression $\Delta\mathrm{P} = \mathrm{P}_1 - \mathrm{P}_2$ entre la sortie et l'entrée de la conduite.

E.6 La résistance hydraulique est définie par analogie avec la résistance électrique : $\mathrm{R_H} = \Delta\mathrm{P}/\mathrm{Q}$.

Partie IV

G.1 L'efficacité du cœur peut être définie comme pour une machine thermique comme le rapport de la grandeur utile sur la grandeur coûteuse. L'énergie coûteuse peut être prise égale à l'apport énergétique de l'alimentation, soit environ 2 000 kcal pour une personne sédentaire.

Partie V

J.2 Appliquer la loi de Hess.

K.1 L'élément du glucose qui est oxydé est le carbone. Déterminer son nombre d'oxydation dans le glucose et dans le dioxyde de carbone.

K.2 $\Delta_\mathrm{r}\mathrm{S}^\circ$ est défini à partir des entropies molaires standard.

K.5 Utiliser la loi de Van't Hoff.

L.5 Déterminer graphiquement la pente de la tangente à l'origine ainsi que l'équation de l'asymptote horizontale. Utiliser ensuite les expressions approchées établies à la question L.4.

I. Étude d'éléments électroniques du dispositif

A.1 Par application de la relation du diviseur de tension, on peut écrire

$$\underline{V}_2 = \frac{1/jC_2\omega}{R_2 + 1/jC_2\omega}\,\underline{V}_{S1}$$

$$\boxed{\underline{H}_1 = \frac{\underline{V}_2}{\underline{V}_{S1}} = \frac{1}{1 + jR_2C_2\omega}}$$

Notons que ce filtre est d'ordre 1. Effectuons une analyse asymptotique :

- en hautes fréquences, $\omega \to \infty$, soit $R_2C_2\omega \gg 1$,

$$\underline{H}_1 \sim \frac{1}{jR_2C_2\omega} \qquad \text{et} \qquad \|\underline{H}_1\| \xrightarrow[\omega\to\infty]{} 0$$

- en basses fréquences, $\omega \to 0$, soit $R_2C_2\omega \ll 1$,

$$\underline{H}_1 \sim 1$$

Par conséquent, ce filtre coupe les hautes fréquences mais laisse passer les basses fréquences : c'est un **filtre passe-bas d'ordre 1**.

A.2 La fonction de transfert permet d'écrire, en complexes,

$$\underline{V}_2 = \underline{H}_1\,\underline{V}_{S1}$$

soit
$$(1 + jR_2C_2\omega)\,\underline{V}_2 = \underline{V}_{S1}$$

Grâce à l'équivalence
$$j\omega \longleftrightarrow \frac{d}{dt}$$

entre les espaces complexe et réel, on déduit

$$\boxed{R_2C_2\frac{dV_2}{dt} + V_2 = V_{S1}}$$

A.3 La solution de cette équation différentielle linéaire d'ordre 1 à second membre sinusoïdal est la somme de la solution générale de l'équation sans second membre correspondant et d'une solution particulière de l'équation complète, soit

$$\boxed{V_2(t) = A e^{-t/R_2C_2} + B\cos(\omega t + \varphi)}$$

où A, B et φ sont des constantes.

> A, B et φ n'ont pas le même « statut » et il est abusif de les nommer collectivement « constantes d'intégration ». Seule A est une constante d'intégration (qui dépend des conditions initiales) alors que B et φ peuvent être déterminées à partir de $\underline{H}_1$. L'énoncé ne semble pas demander que l'on exprime précisément B et φ puisqu'il demande seulement de « donner la forme ». Précisons tout de même :
>
> $$A = \|\underline{H}_1(\omega)\|\,V_{S10} \qquad \text{et} \qquad B = \arg\left(\underline{H}_1(\omega)\right)$$

A.4 D'après le critère de Routh pour un système linéaire d'ordre 1, ce système est stable si tous les coefficients de l'équation différentielle sont de même signe, ce qui est bien le cas ici puisque $R_2C_2 > 0$: **le système est inconditionnellement stable**.

A.5 L'ALI étant idéal, aucun courant ne pénètre par ses entrées. Égalons d'une part l'intensité du courant traversant la résistance R_1 et le condensateur C_1 :

$$\frac{\underline{V}_{S2} - \underline{V}_-}{R_1} = jC_1\omega\left(\underline{V}_- - \underline{V}_{S1}\right)$$

D'autre part, l'ALI étant en fonctionnement linéaire,

$$\underline{V}_+ = \underline{V}_-$$

Or,

$$\underline{V}_+ = \underline{V}_1$$

donc

$$\boxed{\underline{V}_{S2} - \underline{V}_1 = jR_1C_1\omega\left(\underline{V}_1 - \underline{V}_{S1}\right)}$$

A.6 Si $\underline{V}_1 = 0$, la relation précédente se simplifie en

$$\boxed{\underline{V}_{S2} = -jR_1C_1\omega\underline{V}_{S1} \qquad \text{ou} \qquad V_{S2} = -R_1C_1\frac{dV_{S1}}{dt}}$$

On reconnaît la **fonction intégrateur simple**.

> Attention aux notations : V_{S1} est la sortie, V_{S2} l'entrée. Le montage intégrateur étant très classique, cela ne doit pas être une source de difficultés.

A.7 Le montage est exactement le même que celui de la figure 4, seules les noms des grandeurs changent, par conséquent,

$$\boxed{\underline{V}_1 - \underline{V}_2 = jR_3C_3\omega\left(\underline{V}_2 - \underline{V}_{S2}\right)}$$

> La figure 5 présente une coquille : les bornes de l'ALI ont été malencontreusement inversées. En effet, l'ALI2 ne serait pas rétroactionné sur son entrée inverseuse dans cette configuration, ce qui interdirait un fonctionnement linéaire.
>
> Rappelons que la présence d'une rétroaction négative est nécessaire pour avoir un fonctionnement linéaire et que la présence d'une rétroaction négative passive sans rétroaction positive est une condition suffisante de fonctionnement linéaire. Il n'existe cependant pas de condition nécessaire et suffisante générale qui assurerait un fonctionnement linéaire.

A.8 La relation (**1**) de l'énoncé se réécrit, en séparant parties réelle et imaginaire :

$$1 - a_1a_3\omega^2 + ja_3\omega\left(1 - a_1a_2\omega^2\right) = 0$$

Par unicité de la décomposition d'un complexe en la somme de ses parties réelle et imaginaire, on en déduit que

$$a_1a_3\omega^2 = 1 \qquad \text{et} \qquad a_1a_2\omega^2 = 1$$

d'où

$$\boxed{\omega = \frac{1}{\sqrt{a_1a_3}} = \frac{1}{\sqrt{a_1a_2}}}$$

Numériquement,

$$\boxed{f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{R_1C_1} = 19{,}9\ \text{kHz}}$$

On trouve bien la fréquence désirée, soit 20 kHz.

A.9 Avec la résistance R_1 et le condensateur C_1, l'ALI1 réalise une fonction d'intégration. Or, la sortie de l'ALI2 est l'entrée de cet intégrateur, donc s'il est en cosinus, la sortie de l'ALI1 est bien en sinus.