Centrale Physique 1 PC 2012 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Rémi Lehe (ENS Ulm) ; il a été relu par Rémy Hervé (Professeur en CPGE) et Stéphane Ravier (Professeur en CPGE).

Ce sujet, composé de trois parties largement indépendantes, aborde différents problèmes de physique liés au golf.

- Dans la première partie, on étudie la dynamique du mouvement de swing. En modélisant les bras du golfeur et le club comme deux tiges rigides liées entre elles, on aboutit à une estimation de la vitesse de la tête du club au moment où elle frappe la balle.
- La deuxième partie se concentre sur le vol de la balle de golf. L'étude de l'écoulement autour de la balle permet de montrer l'apparition d'une force de portance (effet Magnus). Des questions semi-qualitatives en fin de partie montrent en quoi cette force peut, suivant les cas, être avantageuse ou non pour le golfeur.
- Enfin, la troisième partie porte sur l'étude expérimentale des vibrations de la tête du club de golf, juste après le swing. On se propose d'utiliser une méthode interférométrique pour mesurer l'amplitude de ces vibrations. Après avoir montré qu'un simple interféromètre de Michelson ne permet pas d'accéder au sens de déplacement de ces mouvements, on s'intéresse à un montage dans lequel on joue sur les polarisations des rayons.

La principale difficulté de ce sujet est qu'il requiert une bonne maîtrise de certains points du cours. Cela est particulièrement vrai de la première partie, qui demande de bien connaître les théorèmes de mécanique du solide, ainsi que de la troisième partie, qui nécessite une compréhension claire des phénomènes de polarisation, ce qui n'est pas fréquent dans un sujet d'écrit. La deuxième partie est comparativement plus facile à aborder, et constitue une introduction intéressante à l'effet Magnus pour qui n'a jamais étudié ce phénomène.

Indications

Partie I

I.A.1 Écrire l'équilibre des moments s'appliquant sur le club.

I.C.1 Utiliser $\overrightarrow{\mathrm{OG_c}} = \overrightarrow{\mathrm{OA}} + \overrightarrow{\mathrm{AG_c}}$.

I.C.2 Utiliser le théorème de Koenig pour exprimer $\mathrm{E_{c_c}}$.

I.D.1 Pour déterminer le signe de Γ_b, considérer qualitativement dans quel sens le golfeur cherche à faire tourner ses bras.

I.D.2.b Appliquer le théorème du moment cinétique barycentrique.

I.D.3.a Utiliser le fait que $\beta = \pi/2$ pour simplifier l'équation de la question I.D.1.

I.D.4.a Le travail des forces intérieures s'écrit

$$\int_0^\tau \overrightarrow{\Gamma}_{\mathrm{b}\to\mathrm{c}} \cdot \overrightarrow{\Omega}_{\mathrm{c/b}}\, \mathrm{d}t$$

I.D.4.c Appliquer le théorème de l'énergie cinétique au système constitué des bras et du club.

I.D.4.d Dans l'estimation de la vitesse de la tête du club, on peut négliger la vitesse de la main (point A) et ne considérer que la vitesse relative de la tête par rapport à ce point.

Partie II

II.B Exprimer le fait que le fluide ne peut pas pénétrer dans le cylindre en $r = \mathrm{R}$.

II.C À quelle condition la vitesse dérive-t-elle d'un potentiel ?

II.E L'expression du gradient en coordonnées cylindriques est

$$\overrightarrow{\mathrm{grad}}\ \varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial r}\,\overrightarrow{u_r} + \frac{1}{r}\frac{\partial \varphi}{\partial \theta}\,\overrightarrow{u_\theta} + \frac{\partial \varphi}{\partial z}\,\overrightarrow{u_z}$$

II.F Utiliser le théorème de Bernoulli.

II.G Montrer que le champ de pression à la surface du cylindre est symétrique par rapport à l'axe $(\mathrm{O}y)$.

II.I.1 Que cherche à faire un golfeur et en quoi une force ascendante peut l'y aider ?

II.I.3 Quelle est alors la direction de la force $\overrightarrow{\mathrm{F_p}}$?

Partie III

III.D.2 Une lame $\lambda/4$ introduit, comme son nom l'indique, un déphasage équivalent à une différence de marche de $\lambda/4$.

III.D.4 Par définition, la polarisation est gauche si, pour un observateur recevant l'onde, le champ électrique en un point donné de l'espace tourne dans le sens trigonométrique au cours du temps. La polarisation est droite si elle tourne dans le sens inverse.

III.K.1 Le domaine audible est entre 20 Hz et 20 kHz...

Physique du golf

I. Le swing

I.A Caractéristiques du club

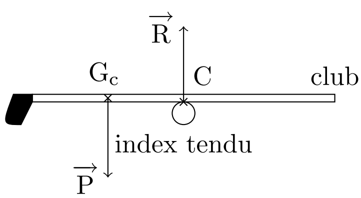
I.A.1 Considérons le club de golf posé à l'horizontale sur l'index en C, et cherchons à quelle condition il y est en équilibre. Les forces que subit le club sont :

- le poids $\overrightarrow{\mathrm{P}}$ s'appliquant au centre de masse $\mathrm{G_c}$ du club ;
- la réaction de l'index $\overrightarrow{\mathrm{R}}$ s'appliquant en C entre l'index et le club.

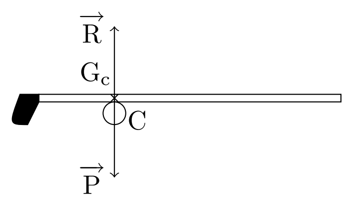
Pour qu'il y ait équilibre, il faut en particulier que les moments de ces forces en C se compensent (sinon le club bascule d'un côté ou de l'autre du doigt). Le moment de la réaction du doigt en C étant nul, il faut nécessairement que le moment du poids en C soit nul, c'est-à-dire

$$\overrightarrow{\mathrm{CG_c}} \wedge \overrightarrow{\mathrm{P}} = \overrightarrow{0}$$

Cette condition n'est vérifiée que si $\overrightarrow{\mathrm{CG_c}}$ est colinéaire à $\overrightarrow{\mathrm{P}}$, c'est-à-dire lorsque le point $\mathrm{G_c}$ est à la verticale de C. Les figures suivantes illustrent cet argument en montrant deux situations possibles.



Absence d'équilibre
(Le club tend à basculer.)

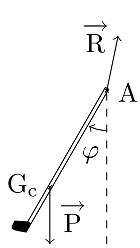


Équilibre

Ainsi, une fois que l'on s'est arrangé pour poser le club en équilibre, on sait que son centre de masse est situé exactement au-dessus de l'index.

I.A.2.a Les frottements de l'air étant négligés, les forces s'appliquant au club sont :

- le poids $\overrightarrow{\mathrm{P}}$ s'appliquant au centre de masse $\mathrm{G_c}$ du club ;
- la réaction de la liaison pivot $\overrightarrow{\mathrm{R}}$ s'appliquant en A.



Appliquons au club le théorème du moment cinétique au point A, fixe par rapport au référentiel terrestre. Puisque la réaction de la liaison pivot s'applique au point A, son moment en A est nul. Par ailleurs, la liaison étant considérée sans frottement, aucun couple ne s'applique en A. On obtient

$$\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{\sigma_{\mathrm{A}}}}{\mathrm{d}t} = \overrightarrow{\mathrm{AG_c}} \wedge \overrightarrow{\mathrm{P}} \qquad (\mathbf{1})$$

où $\overrightarrow{\sigma_{\mathrm{A}}} = \mathrm{J_c}\,\dot{\varphi}\,\overrightarrow{u_z}$ est le moment cinétique du club en A. L'angle entre $\overrightarrow{\mathrm{AG_c}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{P}}$ étant égal à φ, le moment du poids s'exprime comme

$$\overrightarrow{\mathrm{AG_c}} \wedge \overrightarrow{\mathrm{P}} = -||\overrightarrow{\mathrm{AG_c}}||\,||\overrightarrow{\mathrm{P}}||\sin\varphi\,\overrightarrow{u_z} = -h_\mathrm{c}\,m_\mathrm{c}\,g\sin\varphi\,\overrightarrow{u_z}$$

En projetant la relation (**1**) selon $\overrightarrow{u_z}$, il vient

$$\boxed{\mathrm{J_c}\,\ddot{\varphi} = -m_\mathrm{c}\,h_\mathrm{c}\,g\sin\varphi}$$

I.A.2.b Dans l'approximation des petites oscillations, cette relation devient

$$\mathrm{J_c}\,\ddot{\varphi} + m_\mathrm{c}\,h_\mathrm{c}\,g\,\varphi = 0$$

Les solutions de cette équation correspondent à des oscillations de pulsation

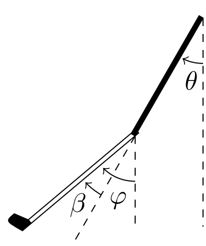
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{m_\mathrm{c}\,h_\mathrm{c}\,g}{\mathrm{J_c}}}$$

Comme $\omega_0 = 2\pi/\mathrm{T_0}$, on obtient

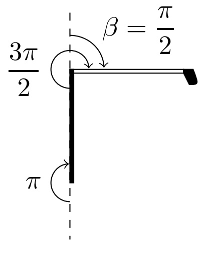
$$\boxed{\mathrm{J_c} = \left(\frac{\mathrm{T_0}}{2\pi}\right)^2 m_\mathrm{c}\,h_\mathrm{c}\,g = 0{,}34\ \mathrm{kg.m^2}}$$

I.B Modèle du pendule double

I.B.1 Comme on le voit sur la figure suivante, l'angle β est **l'angle que fait le club avec l'axe des bras du golfeur**.



I.B.2 Les positions à $t = 0$ et $t = \tau$ sont représentées sur les figures suivantes.



Position à $t = 0$: $\beta = \dfrac{\pi}{2}$ Position à $t = \tau$: $\beta = 0$