CCP Physique 2 MP 2010 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Emmanuel Bourgeois (Professeur en CPGE) ; il a été relu par Rémy Hervé (Professeur agrégé à l'université) et Julien Dumont (Professeur en CPGE).

Cette épreuve est constituée de deux problèmes indépendants.

- Le premier problème aborde différents aspects de l'optique des miroirs plans : réflexion et interférences entre deux ondes sont discutées, le tout assorti de quelques applications. On peut vite se perdre dans la partie d'optique ondulatoire si l'on ne maîtrise pas le dispositif de base des interférences à deux ondes (trous d'Young), que l'on retrouve constamment. Les différentes sous-parties ne sont indépendantes qu'en apparence, aussi ne faut-il pas négliger les premières questions d'optique géométrique (elles n'utilisent que le programme de sup) qui sont importantes pour la fin du problème. L'ensemble reste largement abordable et constitue un catalogue quasi exhaustif des dispositifs interférentiels classiques par division du front d'onde.
- Le second problème est intitulé « Électromagnétisme ». Toutefois, l'étude menée sur les ondes quasi-monochromatiques est également valable pour tout problème de physique des ondes. On discute des limites du modèle de l'onde plane et de son amélioration via la notion de paquet d'onde. Cette partie, assez calculatoire et technique, n'est cependant pas très difficile. Enfin, on étudie la propagation d'ondes électromagnétiques entre deux plans parfaitement conducteurs, ce qui permet de travailler la notion de relation de dispersion et les aspects énergétiques.

Les deux problème sont de longueurs sensiblement égales et la difficulté des questions est constante. Le jour du concours, face à un tel sujet, il est préférable de commencer par ce qu'on sait le mieux traiter (d'où l'importance de toujours lire l'énoncé avant de composer). La partie d'optique ondulatoire est assez riche et peut servir d'approfondissement ; celle sur les ondes électromagnétiques est bien guidée et peut être utilisée pour vérifier l'assimilation du cours.

Indications

Partie A

1.1.1 Quel est le plus court chemin pour relier deux points ?

1.2.1 Ne pas oublier que les distances demandées sont algébriques.

1.2.2 Montrer que le problème se ramène à celui de la question 1.2.1 en remplaçant les distances par les angles. Si $\alpha = \pi/p$, montrer que les deux séries d'images se recouvrent.

1.2.3.3 À une rotation de α du miroir correspond une rotation de $2\,\alpha$ d'un rayon réfléchi.

2.1.3 Pour déterminer la différence de marche, utiliser la même méthode que lors de l'étude des trous d'Young. Attention de ne pas oublier le déphasage de π à la réflexion métallique.

2.1.4 La frange centrale est celle dont l'intensité ne dépend pas de la longueur d'onde.

2.1.5 À une frange brillante correspond un ordre d'interférence entier.

2.1.6.2 Le coefficient de réflexion est celui en intensité.

2.2.1.2 Pour trouver le champ d'interférences, tracer les rayons frappant les extrémités de chaque miroir.

2.2.2.1 La source émet deux longueurs d'onde différentes et de ce fait incohérentes.

Partie B

1.2.1 La vitesse V recherchée n'est pas la vitesse de phase, c'est celle liée au déplacement de $\Psi'_0(z,t)$.

1.3.3 Effectuer le changement de variables $u = (v_{\mathrm{g}}\,t - z)\,\Delta k/2$ et utiliser le formulaire. Pour déterminer la vitesse de propagation de l'énergie, déterminer l'énergie contenue à l'instant t entre les positions z et $z + \mathrm{d}z$.

1.3.4 Comparer les vitesses de phase et de groupe à la vitesse de la lumière.

2.1 Utiliser la loi d'Ohm locale. Un conducteur parfait est caractérisé par une conductivité infinie. Exploiter ensuite les différentes équations de Maxwell.

2.3.2 Le champ électrique réfléchi a la même direction que le champ incident. Utiliser alors la question 2.2. Attention au sens du vecteur d'onde réfléchi.

2.3.4 Que vaut le champ électrique en $x = a$?

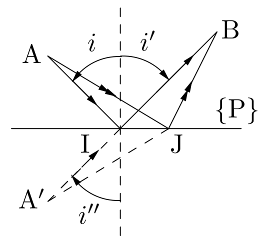
2.3.5 Pour calculer le vecteur de Poynting, utiliser les champs réels.

2.4.10 Écrire l'énergie traversant la surface S pendant $\mathrm{d}t$ soit en fonction de son flux (question 2.4.8), soit en fonction de la densité volumique moyenne d'énergie (question 2.4.9) se propageant à la vitesse v_{e}.

A. Optique

1. Miroirs plans – Réflexion

1.1.1 Dans un milieu homogène isotrope, la lumière se propage en ligne droite. Soit A′ le symétrique de A par rapport au dioptre. Par construction, $\text{AI} = \text{A}'\text{I}$ et $i'' = -i$. D'après les lois de Descartes pour la réflexion, $i' = -i$ et donc $i' = i''$. Ainsi, les points A′, I et B sont alignés. Soit n l'indice du milieu, supposé homogène. Le chemin optique s'écrit



$$[\text{AIB}] = n\,\text{A}'\text{IB}$$

Considérons un rayon issu de A et passant par B frappant le dioptre en un point $\text{J} \neq \text{I}$ comme illustré sur la figure ci-dessus. Par construction,

$$[\text{AJB}] = n\,\text{AJB} = n\,\text{A}'\text{JB}$$

Or, le chemin le plus court pour relier deux points étant la ligne droite,

$$\text{A}'\text{JB} \geqslant \text{A}'\text{IB}$$

Dès lors,
$$\boxed{[\text{AJB}] \geqslant [\text{AIB}]}$$

Le chemin optique [AIB] est donc minimal.

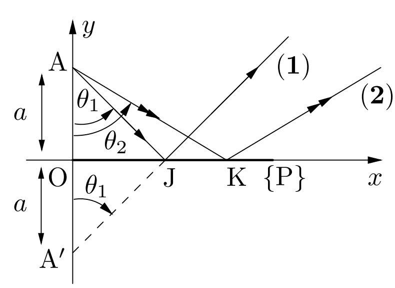
> Le principe de Fermat, hors programme, stipule que la lumière parcourt le trajet de chemin optique extrémal et peut être considéré comme un des principes fondateurs de l'optique géométrique. Il permet entre autres de retrouver les lois de Descartes, même si ici on a fait l'inverse en montrant que ces dernières prouvent que le trajet est minimal.

1.1.2 Soit A′ le point symétrique de A par rapport au miroir. Par construction,

$$\text{OA} = \text{A}'\text{O} = a$$

D'après la question 1.1.1, A′ appartient à la droite (**1**), qui passe par $\text{J} = (a\,\tan\theta_1, 0)$. Cette droite a pour coefficient directeur

$$\frac{\text{A}'\text{O}}{\text{OJ}} = \frac{1}{\tan\theta_1}$$



Son équation cartésienne est donc

$$y(x) = \frac{1}{\tan\theta_1}\,(x - a\,\tan\theta_1)$$

soit
$$\boxed{y(x) = \frac{x}{\tan\theta_1} - a}$$

De même, pour la droite (**2**) représentative du rayon réfléchi passant par le point K,

$$\boxed{y(x) = \frac{x}{\tan\theta_2} - a}$$

Le point d'intersection C des droites (**1**) et (**2**) vérifie

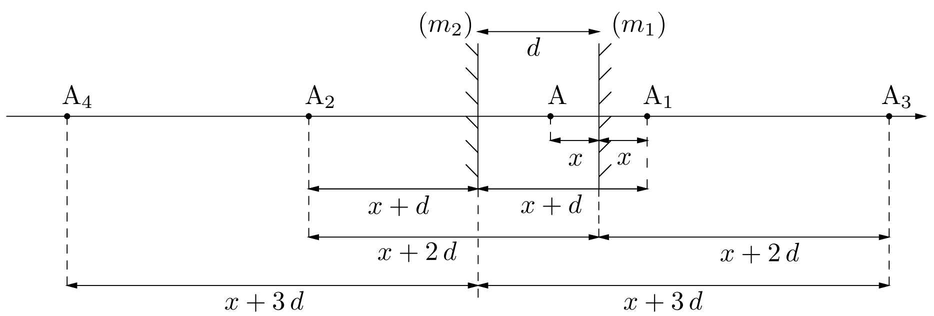
$$y_{\rm C} = \frac{x_{\rm C}}{\tan\theta_1} - a = \frac{x_{\rm C}}{\tan\theta_2} - a$$

soit, comme $\theta_1 \neq \theta_2$, $$\boxed{x_{\rm C} = 0 \quad \text{et} \quad y_{\rm C} = -a}$$

On remarque que $\rm C = A'$. L'image du point A par le miroir est donc **le point C, symétrique de A par rapport au miroir**. De plus, les coordonnées de C ne dépendent ni de θ_1, ni de θ_2. On peut généraliser le tracé à une infinité de rayons passant par A : ils semblent tous provenir d'un unique point C. Le miroir plan est **parfaitement stigmatique**.

> Le miroir plan est de plus aplanétique (l'image d'un plan est un plan) et son grandissement est unitaire. Pour obtenir une image plus grande, on peut par exemple utiliser un miroir sphérique et se placer dans les conditions de Gauss. Dans ce cas, le stigmatisme, tout comme l'aplanétisme, ne sont qu'approchés.

1.2.1 Les images successives du point A depuis une première réflexion sur (m_1) sont indiquées ci-dessous : $\rm A_1$ est le symétrique de A par rapport à (m_1), $\rm A_2$ celui de $\rm A_1$ par rapport à (m_2), etc.



Ainsi, $$\boxed{\overline{\rm AA_1} = 2\,x}$$

De même
$$\begin{aligned}\overline{\rm AA_2} &= \overline{\rm AA_1} + \overline{\rm A_1A_2}\\ &= 2\,x - 2\,(x+d)\end{aligned}$$
$$\boxed{\overline{\rm AA_2} = \; -2\,d}$$

On poursuit le raisonnement pour écrire
$$\begin{aligned}\overline{\rm AA_3} &= \overline{\rm AA_2} + \overline{\rm A_2A_3}\\ &= -2\,d + 2\,(x+2\,d)\end{aligned}$$
$$\boxed{\overline{\rm AA_3} = 2\,x + 2\,d}$$

Enfin,
$$\begin{aligned}\overline{\rm AA_4} &= \overline{\rm AA_3} + \overline{\rm A_3A_4}\\ &= 2\,x + 2\,d - 2\,(x+3\,d)\end{aligned}$$
$$\boxed{\overline{\rm AA_4} = \; -4\,d}$$