

Centrale Physique et Chimie PSI 2009 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Stanislas Antczak (Professeur agrégé) et Damien Cornu (ENS Ulm) ; il a été relu par Sébastien Dusuel (Professeur en CPGE), Jean-Julien Fleck (Professeur en CPGE), Stéphane Ravier (Professeur en CPGE) et Tiphaine Weber (Enseignant-chercheur à l'université).

Ce sujet comporte quatre parties indépendantes.

- La première s'intéresse au milieu sanguin vu comme solution tampon. On étudie l'influence de l'acide carbonique sur le pH du sang ainsi que les mécanismes permettant de rester dans des valeurs compatibles avec la vie.
- La deuxième partie est consacrée au dioxygène dans les êtres vivants. Elle s'intéresse d'abord à une sonde de Clark permettant de mesurer la teneur en dioxygène dans un milieu. Son fonctionnement est analysé par des raisonnements utilisant l'oxydoréduction et les courbes intensité-potentiel. Un deuxième volet traite des lois d'échelle chez les mammifères en suivant des raisonnements relativement classiques concernant les rapports entre pertes thermiques d'une part, tailles et nombres des vaisseaux sanguins d'autre part. Il n'est pas toujours facile de comprendre où l'énoncé veut en venir.
- La troisième étudie un écoulement stationnaire dans un tube cylindrique. Elle débute par un calcul, très guidé, de l'écoulement de Poiseuille cylindrique, avec une analogie électrique. Ceci débouche sur des raisonnements qualitatifs et quantitatifs concernant les différents types d'artères ; on comprend notamment la prise de « tension artérielle » par les médecins.
- La quatrième partie modélise une onde de pression sanguine en introduisant les déformations d'un vaisseau sanguin à l'aide du module d'Young. On obtient une relation de dispersion en linéarisant un système d'équations différentielles.

Les raisonnements sont assez bien guidés dans ce sujet, en dépit de passages qui semblent tortueux au premier abord. Dans de nombreuses questions, les expressions à trouver sont données par l'énoncé : il est donc possible de traiter une grosse partie du problème, quitte à sauter certaines questions.

Ce sujet très riche est tout à fait dans l'air du temps : les passerelles se multiplient entre la biologie et les autres disciplines. Dans ce contexte, il ne faut surtout pas négliger les applications numériques, qui permettent de confronter la théorie à l'expérience et de valider les approches choisies. Elles peuvent également susciter des commentaires susceptibles d'enrichir la compréhension tant de la biologie que de la physique.

INDICATIONS

Partie I

- I.A.1 L'atome de carbone est lié avec les atomes d'oxygène et ces derniers sont liés aux atomes d'hydrogène.
- I.B.3 Reprendre la question précédente, mais en maintenant constante la concentration en acide carbonique.

Partie II

- II.A.1 Faire une analogie avec d'autres polymères connus.
- II.A.3.b Seule une des deux électrodes peut voir l'intensité qui la traverse limitée par la diffusion.
- II.A.3.c Écrire le potentiel à l'électrode de deux manières différentes.
- II.A.5.c Penser à d'autres réactions qui peuvent intervenir si la différence de potentiel aux bornes des électrodes est trop importante.
- II.B.2 Exprimer $\ln f_c$ en fonction de $\ln M_c$ et faire une régression linéaire.
- II.B.3.b Que représente $f_c \tau_{vie}$?
- II.B.4 Les apports journaliers recommandés sont d'environ 2000 kcal en France.
- II.B.5.a Exprimer la puissance thermique traversant une sphère de rayon r et écrire qu'elle ne dépend pas de r .
- II.B.5.b Égaler les deux expressions de P en les écrivant en fonction de R_a .
- II.B.5.c Exprimer à présent P de deux manières en fonction de M_c .
- II.B.6.d La masse est proportionnelle au volume de l'animal ; à quoi est proportionnelle la puissance thermique dissipée ?

Partie III

- III.A.4.b Écrire l'expression de la force visqueuse exercée par une veine de fluide sur sa voisine, puis faire un bilan sur \mathcal{E} .
- III.A.5 Le gradient de v ne peut être infini en $r = 0$.
- III.A.8 La résistance hydraulique est le rapport entre la chute de pression et le débit volumique.
- III.B.2 Pour déterminer les nombres de Reynolds, utiliser le débit dans une artère, calculé comme le débit total divisé par le nombre d'artères de ce type.

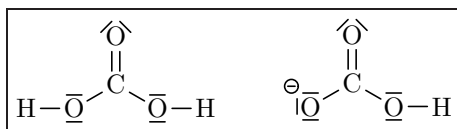
Partie IV

- IV.A.2.b On étudie ici l'allongement de l'élément de paroi suite à l'élargissement de la section du tube. Faire un dessin en coupe où l'on fait apparaître les forces de tension orthoradiales s'appliquant sur le système. Leur norme ne dépend pas de θ .
- IV.A.3.c Exprimer de deux manières la variation du volume de la tranche pendant la durée dt . Attention : le tuyau n'est pas cylindrique. On prendra garde aux ordres de grandeur.

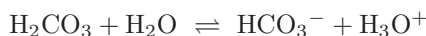
AUTOUR DU SANG : pH, TENEUR ET CONSOMMATION EN DIOXYGÈNE, HYDRODYNAMIQUE ET POULS

I. LE SANG : UN MILIEU TAMPONNÉ

I.A.1 L'atome de carbone est l'atome central, lié aux atomes d'oxygène, eux-mêmes liés aux atomes d'hydrogène. Il possède quatre électrons de valence mis en jeu dans deux liaisons simples et une liaison double. Le carbone ne possède donc pas de doublet non-liant. Les deux molécules sont toutes les deux du type AX_3E_0 selon la théorie VSEPR, donc de géométrie trigonale plane.



I.A.2 Le couple mis en jeu dans ce problème est :



La concentration totale en élément carbone, notée C_0 , s'écrit

$$C_0 = [H_2CO_3] + [HCO_3^-]$$

La connaissance du pH et donc de la concentration en ions hydronium H_3O^+ permet de déterminer le rapport $[HCO_3^-]/[H_2CO_3]$:

$$K_a = \frac{[HCO_3^-][H_3O^+]}{[H_2CO_3]}$$

soit

$$\frac{[HCO_3^-]}{[H_2CO_3]} = \frac{K_a}{[H_3O^+]} = \frac{K_a}{10^{-pH}}$$

Remplaçons la valeur de la concentration en HCO_3^- dans l'équation de conservation de la matière :

$$C_0 = [H_2CO_3] + K_a 10^{pH} [H_2CO_3]$$

Ici, pour $pH = 7,40$ et $C_0 = 0,028 \text{ mol.L}^{-1}$:

$$[H_2CO_3] = \frac{C_0}{1 + K_a 10^{pH}} = 2,37 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

En remplaçant cette valeur dans l'équation de conservation, on obtient

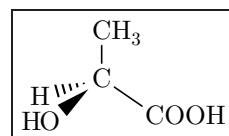
$$[HCO_3^-] = C_0 - [H_2CO_3] = 25,6 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

On vérifie bien ici que $[HCO_3^-] > [H_2CO_3]$, ce qui est cohérent avec une valeur de pH supérieur au pK_a du couple (ici, $pK_a = -\log(4,3 \cdot 10^{-7}) = 6,37$).

I.B.1 L'acide lactique possède un unique centre stéréogène, le carbone portant la fonction alcool. Selon les règles de Cahn, Ingold et Prelog :



Ainsi, la forme (S) de l'acide lactique est donnée ci-contre.



I.B.2 On réalise un tableau d'avancement, sachant que la réaction est quantitative. On remarque que l'acide lactique est le réactif limitant.

	HB	$+$	HCO_3^-	\rightarrow	H_2CO_3	$+$	B^-
état initial ($10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$)	2,00		25,6		2,37		0
état final ($10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$)	0		23,6		4,37		2,00

Le nouveau pH peut être calculé grâce à la formule

$$\text{pH} = \text{pKa} + \log \frac{[\text{HCO}_3^-]}{[\text{H}_2\text{CO}_3]} = 7,10$$

Cette valeur n'est pas comprise dans les valeurs usuelles du pH dans le sang données dans l'énoncé, elle n'est donc pas compatible avec la vie.

I.B.3 La concentration d'acide carbonique est maintenue constante par l'expiration du CO_2 et est égale à $2,37 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$. L'ajout de $2,00 \text{ mol.L}^{-1}$ d'acide lactique fait uniquement baisser la concentration en ion hydrogénocarbonate :

$$[\text{HCO}_3^-] = 23,6 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

Cela correspond à

$$\text{pH} = \text{pKa} + \log \frac{[\text{HCO}_3^-]}{[\text{H}_2\text{CO}_3]} = 7,36$$

ce qui est bien dans la fourchette fournie par l'énoncé comme valeurs acceptables.

L'acide carbonique peut très aisément être transformé en dioxyde de carbone et en eau par la réaction



Le dioxyde de carbone est éliminé du sang dans les poumons. Lors d'un effort physique important réalisé violemment, le dégagement du dioxyde de carbone par la respiration n'est pas suffisant. La baisse du pH cellulaire qui intervient est à l'origine du phénomène assez douloureux des crampes musculaires.

II. LE DIOXYGÈNE : MESURE IN VIVO ET CONSOMMATION ANIMALE

II.A Sonde de Clark

II.A.1 Le polymère PTFE, de nom commercial « Téflon », a une structure identique au polyéthylène en remplaçant les atomes d'hydrogène par des atomes de fluor.

