CCP Physique 2 PC 2009 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Emmanuel Bourgeois (Professeur en CPGE) ; il a été relu par Jérôme Lambert (Enseignant-chercheur à l'université) et Jean-Julien Fleck (Professeur en CPGE).

Ce sujet, de longueur bien calibrée, est constitué de deux problèmes indépendants qui balayent différentes thématiques du programme de physique, aussi bien de première que de deuxième année.

- Le premier problème étudie les effets de moyenne sur différents exemples de régimes oscillatoires, essentiellement en électricité et en physique des ondes. Il permet de présenter succinctement des applications concrètes, comme la détection synchrone ou l'effet Doppler, et de vérifier sa bonne compréhension du cours d'optique ondulatoire. Un certain nombre de résultats sont fournis par l'énoncé au fur et à mesure : comme souvent, il était payant de commencer l'épreuve par une lecture complète du sujet.
- Le second problème traite de la propagation de signaux le long de lignes à constantes réparties. Après avoir présenté la modélisation électrique d'une telle ligne, on étudie deux problèmes de thermique : la propagation dans le sol et le transport industriel de la chaleur. L'aspect calculatoire du problème est fortement réduit grâce à l'utilisation d'analogies, ce qui permet de se concentrer sur la compréhension des phénomènes. Seule la dernière partie s'éloigne un peu du cours et nécessite plus de recul.

Cette épreuve est bien structurée, l'énoncé étant directif, de difficulté raisonnable et constante. Abordant un certain nombre de parties du programme, elle peut être utilisée comme problème de synthèse.

Indications

Problème I

1.1 Utiliser le formulaire. La valeur moyenne de la fonction $\cos(\omega t)$ est nulle.

2.1 Appliquer le résultat de la question 1.3.

3.1.2.b La fonction $\cos(2\omega t)$ s'écrit en notation complexe $\mathrm{e}^{2\mathrm{i}\omega t}$.

3.1.2.b Afin de trouver rapidement l'amplitude, écrire la solution complexe sous la forme module et argument.

4.2.1 Développer l'expression de $\mathcal{E}(\mathrm{M})$ et utiliser la question 1.3.

4.2.3.a Quelle est la différence de marche entre deux rayons parallèles provenant de l'infini ?

4.3.3.a En l'absence de la source S_1, y a-t-il un déphasage entre les différents rayons venant frapper l'écran ?

4.3.3.c Développer la fonction cosinus en utilisant sa forme complexe. Intégrer le résultat en utilisant la fonction sinus cardinal définie par $\mathrm{sinc}\,(u) = \sin u/u$.

4.3.4 Où se situe le pic principal de diffraction associé à la fonction $\mathrm{sinc}\,(\alpha\, u)$? Comment est modifiée cette figure si α augmente ?

4.4.2.c La célérité c de la lumière est indépendante du référentiel d'étude.

Problème II

1.3 La ligne est supposée infinie et est constituée uniquement d'éléments passifs. Que peut-on en déduire sur la tension à l'infini ?

2.1 L'analogie formelle fait aussi intervenir la pulsation ω.

2.3 Séparer les parties réelle et imaginaire de $\underline{k}$. Que vaut alors l'amplitude ? La vitesse de phase s'écrit $v_\varphi = \omega/\,\mathrm{Re}\,(\underline{k})$.

4.1 Comment est modifié le schéma de la figure 1 en l'absence de pertes ? Quel est l'équivalent électrique du flux thermique ? De la température ? Pour discuter de la pertinence d'un tel mode de transport, regarder la valeur de la température de la source.

4.2.2 Le fluide étudié est incompressible. Quelle est alors la relation entre le débit massique et le débit volumique ?

4.2.3 Le flux entrant est égal à la somme du flux sortant et des pertes. Pour évaluer les pertes, utiliser l'analogie électrique.

4.2.5.c Faire un bilan thermique sur le pavillon, puis exprimer les flux entrant et sortant à l'aide de la conductance fluide G.

Les conseils du jury

En introduction de son rapport, le jury rappelle quelques idées simples mais importantes. Cet extrait peut servir de guide pour les deux années de préparation...

- « On note globalement un effort pour la présentation et la clarté de la rédaction bien que certaines copies restent rédigées sans soins : méthodes et calculs développés sans la moindre explication, résultats insuffisamment mis en valeur, écriture parfois indéchiffrable. »
- « Le second problème de l'épreuve a été en général moins bien achevé que le premier. On peut conseiller aux futurs candidats de prendre le temps de parcourir les deux sujets, pour commencer par celui qui pourrait leur être le plus favorable. »
- « Parmi les erreurs les plus communes, on relève des formules inhomogènes, des résultats numériques sans unité, des raisonnements irrecevables, des phrases dénuées de sens. Rappelons que la vérification de l'homogénéité permet d'éliminer bon nombre d'erreurs et que son absence est, de ce fait, impardonnable ! »
- « Les connaissances mathématiques de base (comme la résolution d'une équation différentielle du second ordre à coefficients constants, voire d'une équation du premier ordre ; la maîtrise des nombres complexes) ne sont pas toujours acquises. »
- « Enfin, il semble qu'un grand nombre de candidats peinent à se servir de leurs calculatrices, dans la mesure où des expressions littérales correctes sont souvent suivies d'applications numériques fausses. D'un point de vue pragmatique, il n'est pas raisonnable de se priver des points systématiquement attribués aux applications numériques et plus fondamentalement, pour l'ingénieur et l'industriel, le résultat final se traduit par un nombre ! »

Le rapport énonce également un commentaire général sur le sujet. « Cette épreuve, très modulaire, recouvrant une grande partie du programme de PC et associant des questions faciles, des questions de cours et d'autres demandant un bon esprit de modélisation, a été globalement bien réussie par les candidats sérieux ayant une bonne connaissance transversale du programme ; toutes les questions ont reçu pour le moins un petit nombre de réponses satisfaisantes. D'un nombre appréciable de très bons scores, à quelques copies étonnamment bien en deçà du niveau exigible, la répartition des notes s'est trouvée très étalée. »

I. Effets de moyenne en régimes oscillatoires rapides

1. Questions préliminaires

1.1 Développons la fonction $p(t) = \cos(\omega\, t)\, \cos(\omega\, t + \varphi)$ en utilisant la première relation du formulaire de trigonométrie. On trouve

$$\boxed{p(t) = \frac{1}{2}\left[\cos\varphi + \cos(2\omega\, t + \varphi)\right]}$$

On reconnaît alors le développement en série de Fourier d'une **fonction de pulsation fondamentale** 2ω **et ne présentant aucun harmonique**.

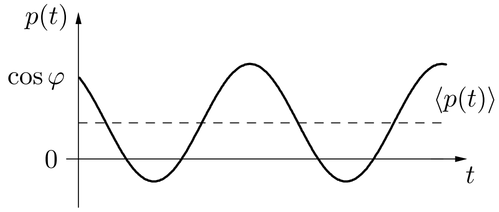
La fonction $p(t)$ étant périodique, on peut calculer $\langle p\rangle$ sur sa période $\mathrm{T} = \pi/\omega$:

$$\begin{aligned}\langle p(t)\rangle &= \frac{1}{\mathrm{T}}\int_0^{\mathrm{T}} p(t)\,\mathrm{d}t \\ &= \frac{1}{2\,\mathrm{T}}\int_0^{\mathrm{T}} \left(\cos\varphi + \cos(2\omega\, t + \varphi)\right)\,\mathrm{d}t\end{aligned}$$

$$\boxed{\langle p(t)\rangle = \frac{1}{2}\,\cos\varphi}$$

la moyenne temporelle d'une fonction sinusoïdale étant nulle.

> La valeur moyenne de la fonction $p(t)$ s'identifie à la composante continue de son développement en série de Fourier.



1.2 La moyenne temporelle du signal $s^2(t)$ s'écrit

$$\begin{aligned}\langle s^2(t)\rangle &= \langle[\mathrm{A}\,\cos(\omega\, t) + \mathrm{B}\,\cos(\omega\, t + \varphi)]^2\rangle \\ &= \mathrm{A}^2\,\langle\cos^2(\omega\, t)\rangle + \mathrm{B}^2\,\langle\cos^2(\omega\, t + \varphi)\rangle + 2\,\mathrm{A}\,\mathrm{B}\,\langle\cos(\omega\, t)\,\cos(\omega\, t + \varphi)\rangle\end{aligned}$$

Sachant que

$$\langle\cos^2(\omega\, t)\rangle = \frac{1}{\mathrm{T}}\int_0^{\mathrm{T}} \cos^2(\omega\, t)\,\mathrm{d}t = \frac{1}{2\,\mathrm{T}}\int_0^{\mathrm{T}} (1 + \cos(2\omega\, t))\,\mathrm{d}t = \frac{1}{2}$$

on obtient, en utilisant le résultat de la question 1.1,

$$\boxed{\langle s^2(t)\rangle = \frac{\mathrm{A}^2 + \mathrm{B}^2}{2} + \mathrm{A}\,\mathrm{B}\,\cos\varphi}$$