CCP Physique 2 PC 2003 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Matthieu Denoual (ENS Cachan) et Vincent Fourmond (ENS Ulm) ; il a été relu par Benoît Lobry (Professeur en CPGE) et Stéphane Ravier (ENS Lyon).

Ce sujet comporte deux problèmes indépendants. Le premier est un problème d'électronique qui illustre une solution pour la mesure de la puissance moyenne dissipée dans un dipôle. Le principe est de s'affranchir d'un montage multiplicateur en utilisant une addition sur des fonctions logarithmes ($\mathrm{AB} = \exp(\ln \mathrm{A} + \ln \mathrm{B})$). Ces montages logarithmique et exponentiel exploitent la caractéristique de la diode. Ce problème requiert la connaissance des conditions de fonctionnement en régime linéaire d'un amplificateur opérationnel et de savoir ce qu'est la puissance active dissipée par un dipôle. Pour résoudre rapidement et sans erreurs ce problème, il faut faire particulièrement attention aux conditions d'écriture des équations, que ce soient les conditions de rigueur mathématique, dans la manipulation des expressions logarithmiques par exemple, ou les conditions physiques liées aux phénomènes de saturation ou de blocage. Il est intéressant également, pour simplifier les calculs, de travailler avec les notations complexes.

Le second problème traite du blindage électromagnétique, c'est-à-dire de la façon de construire une enceinte dans laquelle les champs oscillants extérieurs (comme par exemple les ondes radio, le réseau électrique ou les pollutions électromagnétiques des alimentations à découpage des ordinateurs), qui sont de grosses sources de bruits pour toutes les expériences faisant intervenir une mesure électrique (soit la quasi-totalité des expériences actuelles), ne pénètrent pas. Il est relativement proche du cours et permet de réviser l'effet de peau et la propagation des ondes dans le vide. Une bonne partie des questions fait intervenir de petits raisonnements physiques plutôt que des calculs et discute les hypothèses. C'est un bon problème, d'une difficulté raisonnable, qui peut constituer une introduction pour réviser l'électromagnétisme dans le vide et l'effet de peau.

Indications

Premier problème

2.1 Attention à bien préciser les conditions de validité de l'expression obtenue.

2.2 Utiliser les hypothèses de l'énoncé pour déterminer si l'expression trouvée à la question précédente est valide ou non.

3.2 Montrer que $v_{\rm s}$ est négative sur cet intervalle.

3.3 Montrer que $v_{\rm s}$ est positive sur cet intervalle.

4.3 La valeur moyenne de fonctions sinusoïdales est nulle.

4.1 Étudier le bloc AO_3 puis utiliser le résultat de la question 2.1 puisque les blocs AO_1 et AO_2 sont des amplificateurs logarithmiques.

4.5 Utiliser la notation complexe et la loi d'Ohm pour éliminer i dans l'expression de la puissance instantanée.

4.8 Attention, il y a un piège dans cette question. Le résultat que l'on demande d'établir suppose que l'on considère que les tensions $v(t)$ des figures 5 et 6 sont les mêmes et par conséquent que la puissance P définie à la question 4.5 conserve la même expression. En toute rigueur, la tension aux bornes de l'impédance dans la figure 6 est $(v_1 - v_2)$; la puissance moyenne P reçue par le dipôle de la question 4.5 devrait plutôt s'exprimer en fonction de $(v_1 - v_2)$.

Second problème

2.3 Partir de l'équation de Maxwell-Ampère, utiliser la loi d'Ohm locale puis l'équation de Maxwell-Faraday.

2.8 Utiliser l'équation de Maxwell-Ampère et la loi d'Ohm locale.

3.5 Utiliser l'équation de Maxwell-Faraday.

3.6 Il s'agit des champs $\overrightarrow{\mathrm{E}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{B}}$, c'est-à-dire des champs dans les plaques. En déduire une symétrie de la distribution de courants dans les plaques, et conclure sur la symétrie de $\overrightarrow{\mathrm{E}_{\mathrm{i}}}$.

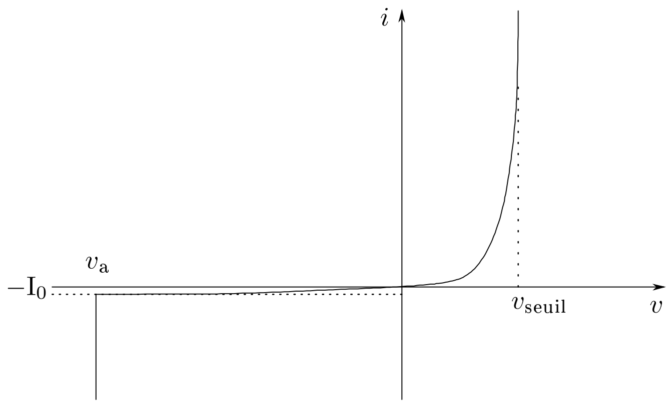
4.1 Pourquoi introduit-on habituellement des densités de charges ou de courants surfaciques ?

4.5 Les arguments des exponentielles ont des parties réelles. En conséquence, l'une des deux exponentielles doit être beaucoup plus petite que l'autre.

I. Étude d'un wattmètre électronique

1. Caractéristique d'une diode

1 Si la tension v est négative, la diode est bloquée et le courant traversant la diode est proche du courant de fuite $(-\mathrm{I}_0)$. Au-dessus de la tension de seuil de la diode, v_{seuil} (de l'ordre de $0,6\,\mathrm{V}$), la diode est conductrice et $i \simeq \mathrm{I}_0 \exp{(v/\mathrm{V}_0)}$. La courbe ci-dessous représente une allure réaliste de la caractéristique d'une diode et pas uniquement le tracé de $i(v)$: on y a fait figurer en plus la tension d'avalanche.



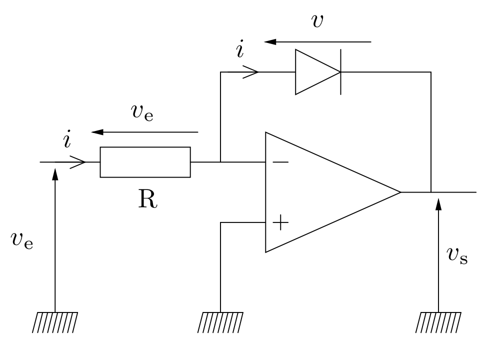
> Si la tension appliquée aux bornes de la diode est négative et de forte amplitude ($v_{\text{a}} \simeq -200\,\mathrm{V}$), on assiste au phénomène d'avalanche, le plus souvent destructeur, caractérisé par un accroissement très rapide du courant inverse.

2. Amplificateur logarithmique

2.1 L'amplificateur opérationnel étant supposé idéal et en régime linéaire, on peut écrire $v^+ = v^-$ et $i^+ = i^- = 0$, avec v^+, v^- les tensions des entrées respectivement non inverseuse et inverseuse et i^+, i^- les courants respectifs de ces entrées. Le courant dans la diode correspond donc au courant traversant la résistance R, ce qui s'écrit

$$i = \mathrm{I}_0 \left[\exp\left(\frac{v^- - v_{\text{s}}}{\mathrm{V}_0}\right) - 1\right] = \frac{v_{\text{e}} - v^-}{\mathrm{R}}$$

Le schéma suivant illustre les orientations choisies :



Puisque $v^+ = 0$ implique $v^- = 0$, on peut simplifier l'expression précédente en

$$\mathrm{I}_0 \left[\exp\left(\frac{-v_\mathrm{s}}{\mathrm{V}_0}\right) - 1\right] = \frac{v_\mathrm{e}}{\mathrm{R}}$$

soit
$$\exp\left(\frac{-v_\mathrm{s}}{\mathrm{V}_0}\right) = \frac{v_\mathrm{e}}{\mathrm{R}\,\mathrm{I}_0} + 1$$

On peut alors exprimer v_s en fonction de v_e, V_0, I_0 et R à la condition que $\dfrac{v_\mathrm{e}}{\mathrm{R}\,\mathrm{I}_0} + 1$ soit strictement positif, c'est-à-dire que $v_\mathrm{e} > -\mathrm{R}\,\mathrm{I}_0$. On obtient finalement

$$\boxed{v_\mathrm{s} = -\mathrm{V}_0 \ln\left(1 + \frac{v_\mathrm{e}}{\mathrm{R}\,\mathrm{I}_0}\right) \qquad \text{si} \qquad v_\mathrm{e} > -\mathrm{R}\,\mathrm{I}_0}$$

> L'expression trouvée justifie le nom de ce montage. En effet, v_s s'exprime comme une fonction logarithmique du signal d'entrée v_e.

2.2 Considérons d'abord l'intervalle $0 < \omega t < \pi$. Sur cet intervalle, $v_\mathrm{e}(t)$ est positive : l'expression $\mathrm{V}_0 \ln\left(1 + \dfrac{v_\mathrm{e}}{\mathrm{R}\,\mathrm{I}_0}\right)$ a donc un sens ; reste à la comparer à V_sat. On remarque que $\mathrm{V}_\mathrm{sat} \gg \mathrm{V}_0$ puisque $\mathrm{V}_\mathrm{sat}/\mathrm{V}_0 = 800$. Par conséquent, il faudrait que $\ln\left(1 + \dfrac{v_\mathrm{e}}{\mathrm{R}\,\mathrm{I}_0}\right)$ soit supérieur à 800 pour qu'il y ait saturation, ce qui est physiquement impossible puisque $v_\mathrm{e}/\mathrm{R}\,\mathrm{I}_0$ devrait être de l'ordre de e^{800}. En conclusion,

$$\boxed{\text{Il n'y a pas de saturation pour } 0 < \omega t < \pi.}$$

> Lorsque l'on essaye d'évaluer e^{800} sur une calculatrice, on obtient en général une erreur face à ce nombre astronomique.

Considérons maintenant l'intervalle $\pi < \omega t < 2\pi$. Sur cet intervalle, $v_\mathrm{e}(t)$ est négative. L'expression $\mathrm{V}_0 \ln\left(1 + \dfrac{v_\mathrm{e}}{\mathrm{R}\,\mathrm{I}_0}\right)$ a un sens tant que $\mathrm{V}_\mathrm{e}\sqrt{2}\sin(\omega t) > -\mathrm{R}\,\mathrm{I}_0$, mais cette condition n'est pas vérifiée sur tout l'intervalle $\pi < \omega t < 2\pi$ puisque l'on suppose $\mathrm{V}_\mathrm{e}\sqrt{2} > \mathrm{R}\,\mathrm{I}_0$. Quand v_e est inférieure à $-\mathrm{R}\,\mathrm{I}_0$, le courant reste limité par la diode. Le montage ne fonctionne alors plus en régime linéaire puisqu'il n'y a plus de rétroaction sur l'entrée inverseuse dans l'amplificateur opérationnel. L'amplificateur opérationnel sature alors à V_sat tant que $v_\mathrm{e} < -\mathrm{R}\,\mathrm{I}_0$. En conclusion,

$$\boxed{\text{L'A.O. sature à } \mathrm{V}_\mathrm{sat} \text{ pour } \pi < \omega t < 2\pi.}$$