Mines Physique 1 MP 2003 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Benoît Lobry (Professeur en CPGE) ; il a été relu par Nicolas Caudal (ENS Ulm) et Stéphane Ravier (ENS Lyon).

Ce problème aborde différents aspects de la thermodynamique lunaire. Il est de longueur raisonnable. De nombreuses questions qualitatives font appel au sens physique du candidat.

- La première partie est consacrée à l'étude des transferts thermiques par rayonnement entre le Soleil, la Terre et la Lune. Elle repose essentiellement sur l'écriture de bilans radiatifs à l'équilibre thermodynamique.
- Dans la seconde partie, on envisage le comportement thermodynamique du sol lunaire. Là encore, des questions qualitatives nécessitent une bonne compréhension physique des phénomènes mis en jeu.

Dans l'ensemble, l'énoncé est clair et progressif et les questions sont très abordables. Cela en fait un bon problème d'application en thermodynamique.

Indications

Première partie

1 Calculer P_0 grâce à l'angle solide sous lequel la Terre est vue depuis le Soleil.

4 L'atmosphère est un milieu dispersif.

5 Considérer que seule une fraction $(1 - A_T)$ du rayonnement solaire P_0 est reçue par l'atmosphère terrestre. Effectuer un bilan thermique pour la Terre puis pour l'atmosphère et éliminer T_a dans ces bilans. Ne pas oublier que l'atmosphère rayonne aussi vers l'espace et relier très simplement cette puissance rayonnée vers l'espace à la puissance P_2 rayonnée vers la Terre.

7 Trouver T_a à l'aide de l'un des bilans de la question 5.

8 Faire une simple analogie avec la question 2 en considérant que la distance séparant la Lune du Soleil est sensiblement égale à la distance séparant la Terre du Soleil.

10 L'angle solide sous lequel est vu cette surface élémentaire est $d\Omega = dS/{D_{ST}}^2$. Reprendre alors le raisonnement de la question 8.

11 L'angle solide sous lequel est vu cette surface élémentaire est $d\Omega = dS/{D_{LT}}^2$. Utiliser l'albedo terrestre A_T.

12 Ne pas oublier l'albedo lunaire A_L.

13 Comparer $T'_{L,Terre}$ et $T_{L,max}$.

16 Évaluer la puissance totale libérée par les roches lunaires puis la fraction transférée à une surface élémentaire dS.

17 Comparer $T_{L,Roches}$ et $T_{L,max}$.

Deuxième partie

19 Justifier que le modèle surévalue les transferts thermiques par rayonnement.

20 Considérer un plan inférieur à T et un plan supérieur à $T + \Delta T$. Évaluer le gradient de température. Effectuer le bilan des transferts thermiques radiatifs entre les deux plans au premier ordre et comparer avec la loi de Fourier.

22 La capacité calorifique d'une phase condensée est indépendante du volume qu'elle occupe.

24 Décomposer le mouvement de la surface lunaire dans le référentiel de Copernic en trois sous-mouvements et évaluer les vitesses associées.

25 Appliquer $\Delta E_c + \Delta U = W_{ext} + Q$ au système {Lune + météorite}, supposé isolé pendant l'impact, avec $\Delta U = \Delta H$ dans le vide. Supposer que la Lune est beaucoup plus massive que la météorite et que la température initiale du sol lunaire vaut au moins $T_{L,Roches}$ trouvée à la question 16.

I. Températures de surface

1 En utilisant l'exitance $M = \sigma {T_S}^4$ du Soleil, la puissance P_S émise par le Soleil sur toute sa surface extérieure $4\pi {R_S}^2$ est

$$\boxed{P_S = 4\pi\sigma {R_S}^2 {T_S}^4}$$

La Terre reçoit une fraction de rayonnement solaire égale à l'angle solide sous lequel la Terre est vue depuis le Soleil divisé par 4π d'où

$$P_0 = \frac{\pi {R_T}^2/{D_{ST}}^2}{4\pi} P_S$$

soit

$$\boxed{P_0 = \left(\frac{R_T}{2D_{ST}}\right)^2 P_S}$$

> La réponse proposée utilise la notion d'angle solide introduite par l'énoncé dans les données numériques relatives au Soleil. Une manière équivalente de procéder consiste à dire qu'à la distance $D_{ST} \gg R_T$ à laquelle se trouve la Terre, la puissance P_S est rayonnée sur une sphère de surface $4\pi {D_{ST}}^2$ où le disque terrestre occupe une surface $\pi {R_T}^2$. Ainsi
>
> $$P_0 = \frac{\pi {R_T}^2}{4\pi {D_{ST}}^2} P_S$$
>
> et on parvient au même résultat.

La puissance totale P_T émise par la Terre sur sa surface extérieure $4\pi {R_T}^2$ est

$$P_T = 4\pi\sigma {R_T}^2 {T_T}^4$$

L'équilibre thermodynamique de la Terre impose que la puissance P_0 reçue est égale à la puissance P_T émise. Il vient, en remplaçant P_S dans l'expression de P_0,

$$4\pi\sigma \left(\frac{R_T R_S}{2D_{ST}}\right)^2 {T_S}^4 = 4\pi\sigma {R_T}^2 {T_T}^4$$

d'où

$$\boxed{{T_T}^4 = \left(\frac{R_S}{2D_{ST}}\right)^2 {T_S}^4}$$

> Dans les calculs effectués dans ce problème, les températures apparaissent généralement à la puissance 4. On conserve donc la puissance dans l'expression littérale des résultats.

2 Seule une fraction $(1 - A_T)$ de la puissance P_0 reçue est effectivement absorbée par la Terre. L'équilibre thermodynamique de la Terre impose donc que $(1 - A_T)P_0$ égale la puissance P_T émise. Il vient donc, comme précédemment,

$$4\pi\sigma(1 - A_T) \left(\frac{R_T R_S}{2D_{ST}}\right)^2 {T_S}^4 = 4\pi\sigma {R_T}^2 {T_T}^4$$

soit

$$\boxed{{T_T}^4 = (1 - A_T) \left(\frac{R_S}{2D_{ST}}\right)^2 {T_S}^4}$$

3 *Application numérique :* $\boxed{T_T = 252\ \mathrm{K}}$

4 Les températures de surface de la Terre et du Soleil étant très différentes, les rayonnements terrestre et solaire ne se font pas aux mêmes longueurs d'onde. Or, l'atmosphère est un milieu dispersif, c'est-à-dire qui se comporte différemment suivant la longueur d'onde du rayonnement qui s'y propage. Il est donc normal que l'absorption de ces rayonnements diffère.

> En utilisant les températures de surface T_S et T_T du Soleil et de la Terre comme on le fait ensuite pour la Lune à la question 15, on trouve que les longueurs d'onde λ_m du maximum de l'exitance spectrale pour le Soleil et pour la Terre sont respectivement $0,5\ \mu$m et $11,5\ \mu$m. Le Soleil rayonne donc dans le visible et la Terre dans l'infrarouge.

5 La Terre entourée de son atmosphère reçoit une puissance $(1 - A_T)P_0$ du Soleil qui est sensiblement égale à celle calculée à la question 2 puisque $e \ll R_T$. Du fait de l'absorption atmosphérique, seule une fraction $(1 - \alpha)$ de $(1 - A_T)P_0$ est reçue par la Terre elle-même. On trouve donc

$$P_1 = (1 - \alpha)(1 - A_T)P_0$$

soit
$$\boxed{P_1 = 4\pi\sigma(1 - \alpha)(1 - A_T)\left(\frac{R_T R_S}{2D_{ST}}\right)^2 {T_S}^4}$$

> La question et le schéma qui l'accompagne n'expliquent pas clairement le rôle dans ces échanges de l'albédo, c'est-à-dire de la réflexion par la Terre et son atmosphère du rayonnement solaire. Afin de parvenir au résultat demandé, on suppose que cette réflexion se fait avant la traversée de l'atmosphère, par exemple sur les hautes couches de la couverture nuageuse.

En appliquant la loi de Stefan à l'atmosphère, considérée comme un corps noir à part entière, la puissance P_2 rayonnée vers la Terre par l'atmosphère à partir de sa surface intérieure $4\pi {R_T}^2$ est

$$\boxed{P_2 = 4\pi\sigma {R_T}^2 {T_a}^4}$$

La puissance P_2 est totalement absorbée par la Terre. L'équilibre thermique de la Terre impose que la puissance totale absorbée $P_1 + P_2$ égale la puissance rayonnée sur toute sa surface $4\pi {R_T}^2$ vers l'atmosphère. Ainsi

$$P_1 + P_2 = 4\pi\sigma {R_T}^2 {T'_T}^4$$

soit
$$4\pi\sigma(1 - \alpha)(1 - A_T)\left(\frac{R_T R_S}{2D_{ST}}\right)^2 {T_S}^4 + 4\pi\sigma {R_T}^2 {T_a}^4 = 4\pi\sigma {R_T}^2 {T'_T}^4$$

et
$$(1 - \alpha)(1 - A_T)\left(\frac{R_S}{2D_{ST}}\right)^2 {T_S}^4 + {T_a}^4 = {T'_T}^4$$

En identifiant l'expression de ${T_T}^4$ dans cette égalité, il vient

$$(1 - \alpha){T_T}^4 + {T_a}^4 = {T'_T}^4 \qquad \textbf{(1)}$$