CCP Physique 2 MP 2003 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Karol Kozlowski (ENS Lyon) ; il a été relu par Stéphane Ravier (Professeur en CPGE) et Jean-Julien Fleck (ENS Ulm).

Ce sujet se compose de deux problèmes indépendants.

- Le premier est une application des lois de l'électromagnétisme au fonctionnement d'un moteur linéaire. Il fait appel à des connaissances du cours d'induction ainsi qu'aux propriétés des champs lors d'un changement de référentiel.
- Le second traite de l'optique ondulatoire de Fourier. Il commence par une étude des propriétés de l'interféromètre de Michelson puis aborde la fabrication d'un spectromètre par transformée de Fourier. Enfin, la troisième partie est consacrée à l'étude de différents problèmes de résolution rencontrés lors de l'observation de franges d'interférences.

Les premières questions de chaque partie restent relativement proches du cours. La fin du sujet fait appel à la transformée de Fourier, ce qui peut permettre de se familiariser avec cet outil mathématique très puissant. Cette épreuve permet une bonne révision du cours d'induction et d'optique ondulatoire.

Indications

Partie A

1.2 Effectuer un changement de coordonnées.

1.4 Mettre les champs sous la forme proposée dans le préambule.

2.1.b Se rappeler que le cadre est constitué de N spires en série. Évaluer $\overrightarrow{\mathrm{B}}$ à l'abscisse où l'on a mené l'intégration.

3.2 Penser à l'effet Joule.

4.2 v_0 est fixée une fois l'expérience lancée ; en revanche, v_{c} dépend de g_{c}.

5.3 Le fonctionnement moteur fournit de l'énergie mécanique au cadre, alors qu'en régime de freinage électromagnétique, le cadre perd de l'énergie mécanique. En fonctionnement générateur, le cadre produit du courant.

Partie B

I.5.a ε est positif et c'est une fonction croissante de l'écart e entre les deux miroirs.

II.1.b Ne pas oublier que $\mathrm{E}_0(\mathrm{M})$ est l'éclairement dû à un seul bras du Michelson.

II.2.b Comme les sources sont incohérentes, on peut additionner les éclairements.

II.2.c $\mathrm{E}(\nu)$ est nul dans le domaine des fréquences négatives.

II.3 Un spectromètre est un appareil qui permet de mesurer la densité spectrale d'une source lumineuse.

Formules utiles de trigonométrie

$$\cos(a) - \cos(b) = -2\,\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)\sin\left(\frac{a-b}{2}\right) \qquad (\mathbf{1})$$

$$\sin(a) + \sin(b) = 2\,\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)\cos\left(\frac{a-b}{2}\right) \qquad (\mathbf{2})$$

Partie A

1. Champ électromagnétique et changements de référentiels

1.1 Les champs $\overrightarrow{\mathrm{E}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{B}}$ étant proportionnels en norme, une unique longueur d'onde λ leur est associée. Elle est définie comme la plus petite période spatiale du signal : à un instant t fixé, les signaux en x et $x+\lambda$ ont la même phase. En prenant par exemple le couple $(x,t) = (0,0)$, $\mathrm{B}(\lambda,0) = \mathrm{B}(0,0)$ implique

$$\cos\frac{\omega\,\lambda}{v_0} = 1$$

d'où

$$\boxed{\lambda = \frac{2\pi\,v_0}{\omega}}$$

> On peut retrouver cela en exprimant B sous la forme d'une onde plane
> $$\mathrm{B}(x,t) = \mathrm{B_m}\,\cos(\omega t - kx)$$
> d'où l'on tire λ en identifiant $k = 2\pi/\lambda = \omega/v_0$.

1.2 La formule de changement de référentiel donne, puisque $x = x' + vt$,

$$\left\{\begin{aligned} \overrightarrow{\mathrm{B}'}(x',t) &= \overrightarrow{\mathrm{B}}(x'+vt,t) \\ \overrightarrow{\mathrm{E}'}(x',t) &= \overrightarrow{\mathrm{E}}(x'+vt,t) + \overrightarrow{v}\wedge\overrightarrow{\mathrm{B}}(x'+vt,t) \end{aligned}\right.$$

soit

$$\left\{\begin{aligned} \overrightarrow{\mathrm{B}'}(x',t) &= \mathrm{B_m}\cos\left[\omega\left(t - \frac{x'+v\,t}{v_0}\right)\right]\overrightarrow{u_z} \\ \overrightarrow{\mathrm{E}'}(x',t) &= \mathrm{B_m}\ \left\{v_0\cos\left[\omega\left(t - \frac{x'+v\,t}{v_0}\right)\right] - v\cos\left[\omega\left(t - \frac{x'+v\,t}{v_0}\right)\right]\right\}\overrightarrow{u_y} \end{aligned}\right.$$

ce qui conduit à

$$\boxed{\left\{\begin{aligned} \overrightarrow{\mathrm{B}'}(x',t) &= \mathrm{B_m}\cos\left[\omega\left(g\,t - \frac{x'}{v_0}\right)\right]\overrightarrow{u_z} \\ \overrightarrow{\mathrm{E}'}(x',t) &= \mathrm{B_m}\,g\,v_0\cos\left[\omega\left(g\,t - \frac{x'}{v_0}\right)\right]\overrightarrow{u_y} \end{aligned}\right.}$$

1.3 On exprime $\overrightarrow{\mathrm{B}'}$ sous la forme d'une onde plane :

$$\overrightarrow{\mathrm{B}'}(x', t) = \mathrm{B_m} \cos(\omega' t - k' x')\, \overrightarrow{u_z}$$

On en déduit $\qquad \omega' = g\,\omega \qquad \text{et} \qquad k' = k$

d'où $\qquad \boxed{\omega' = g\,\omega \qquad \text{et} \qquad \lambda' = \lambda}$

1.4 Si l'on exprime $\overrightarrow{\mathrm{B}'}$ sous la forme proposée par l'énoncé,

$$\overrightarrow{\mathrm{B}'}(x', t) = \mathrm{B_m} \cos\left[\omega' \left(t - \frac{x'}{v'}\right)\right] \overrightarrow{u_z}$$

alors v' est la vitesse de glissement des champs dans $\mathcal{R}'$, d'où

$$\boxed{v' = g\, v_0}$$

1.5 On substitue v_0 à v et x_0 à x' dans les expressions des champs $\overrightarrow{\mathrm{B}'}$ et $\overrightarrow{\mathrm{E}'}$ établies à la question 1.2. Dans le cas considéré, on a $g = 0$, de sorte que

$$\boxed{\begin{cases} \overrightarrow{\mathrm{E}_0}(x_0, t) = \overrightarrow{0} \\ \overrightarrow{\mathrm{B}_0}(x_0, t) = \mathrm{B_m} \cos\left(\dfrac{\omega\, x_0}{v_0}\right) \overrightarrow{u_z} \end{cases}}$$

Les champs sont statiques dans le référentiel $\mathcal{R}_0$ qui se déplace par rapport à $\mathcal{R}$ à la vitesse de glissement des champs dans $\mathcal{R}$: $\mathcal{R}_0$ « suit » les champs. Ceci illustre l'équivalence entre les champs $\overrightarrow{\mathrm{E}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{B}}$ puisque l'on peut annuler l'un des deux par un changement de référentiel. Les champs électrique et magnétique sont en fait des éléments indissociables qui constituent le *champ électromagnétique*.

1.6 On substitue cette fois v_c à v et x_c à x' pour aboutir à

$$\boxed{\begin{cases} \overrightarrow{\mathrm{B}_c}(x_c, t) = \mathrm{B_m} \cos\left[\omega \left(g_c\, t - \dfrac{x_c}{v_0}\right)\right] \overrightarrow{u_z} \\ \overrightarrow{\mathrm{E}_c}(x_c, t) = g_c\, v_0\, \mathrm{B_m} \cos\left[\omega \left(g_c\, t - \dfrac{x_c}{v_0}\right)\right] \overrightarrow{u_y} \end{cases} \qquad \text{avec} \quad g_c = 1 - \frac{v_c}{v_0}}$$

2. Force électromotrice induite

2.1.a L'énoncé impose les conditions initiales $x_P = -b/2$ et $x_M = b/2$. Si l'on prend en compte la loi de composition des vitesses, alors la vitesse $\overrightarrow{v_{c0}}$ du cadre dans $\mathcal{R}_0$ s'écrit

$$\overrightarrow{v_{c0}} = \overrightarrow{v_c} + \overrightarrow{v_{\mathcal{R}/\mathcal{R}_0}}$$

où $\overrightarrow{v_{\mathcal{R}/\mathcal{R}_0}}$ est la vitesse relative de $\mathcal{R}$ par rapport à $\mathcal{R}_0$ et $\overrightarrow{v_c}$ est la vitesse du cadre dans $\mathcal{R}_0$. On établit alors que

$$x_P(t) = (v_c - v_0)\, t - \frac{b}{2} \qquad \text{et} \qquad x_M(t) = (v_c - v_0)\, t + \frac{b}{2}$$

d'où $\qquad \boxed{x_P(t) = -v_0\, g_c\, t - \dfrac{b}{2} \qquad \text{et} \qquad x_M(t) = -v_0\, g_c\, t + \dfrac{b}{2}}$