CCP Physique 2 MP 2000 — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Franck Stauffer (ENS Lyon) ; il a été relu par Péter Horvai (ENS Ulm) et Jean-Yves Tinevez (ENS Lyon).

L'épreuve comporte deux problèmes indépendants.

Le premier problème traite du champ électromagnétique à l'intérieur d'un conducteur. Il se décompose en deux parties. La première traite des champs statiques et met notamment en évidence l'effet de magnétorésistance et l'effet Hall. La seconde partie, quant à elle, s'intéresse à la condition de propagation des ondes dans le conducteur. Ce problème, de difficulté raisonnable, est intéressant.

Le second problème traite de l'interférométrie de Michelson. Il ne présente pas de grandes difficultés, mais dégage des résultats essentiels sur la notion de cohérence temporelle d'une source et de son influence sur les phénomènes d'interférence. Comme souvent, il est nécessaire de faire preuve de rigueur et de sens physique ; quelques connaissances expérimentales peuvent être utiles.

Indications

Problème A

Première partie

1.d Bien appliquer le théorème d'Ampère sous sa forme locale et globale.

2.a Adapter le résultat de la question 1.a.

2.b Utiliser l'hypothèse du régime stationnaire pour trouver la relation liant les composantes du champ électrique à la densité de courant.

2.c Partir du système matriciel.

2.d Utiliser la même méthode qu'à la question 2.c.

Deuxième partie

1.a Utiliser les résultats de la première partie.

2.a Partir des équations de Maxwell-Faraday et Maxwell-Ampère en notation complexe.

2.b Utiliser la question 1.b.

Problème B

2.b. Découper la raie en portions élémentaires et sommer les intensités.

3.b. Sommer les diverses contributions à l'intensité.

3.e. Discuter de la validité du modèle à la lumière de la question 2.b.

Problème A. Conductivité dans un semi-conducteur

Première partie

1.a Commençons par faire le bilan des forces qui s'exercent sur l'électron. L'électron est soumis à :

- la force de « frottement » $-\alpha\overrightarrow{v}$;
- la force électrostatique $-e\,\overrightarrow{\mathrm{E}}$.

> Bien entendu, il faut négliger la force de pesanteur s'exerçant sur l'électron. Compte tenu de la masse extrêmement faible de l'électron, le poids est complètement négligeable devant les autres forces, comme un simple calcul suffit à le montrer. Nous aurions aussi dû prendre en compte l'interaction entre l'électron et le milieu qui l'entoure ; cependant l'énoncé nous indique de les inclure en donnant à l'électron une masse effective différente de sa masse dans le vide.

Il suffit alors d'appliquer le principe fondamental de la dynamique pour obtenir l'équation du mouvement de l'électron. Il faut cependant se souvenir qu'on travaille avec la masse effective de l'électron.

$$\boxed{m\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{v}}{\mathrm{d}t} = -\alpha\overrightarrow{v} - e\,\overrightarrow{\mathrm{E}}}$$

Si on annule alors brusquement le champ électrique, l'équation d'évolution de la vitesse s'obtient en annulant E dans l'équation précédente.

Donc $$m\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{v}}{\mathrm{d}t} = -\alpha\overrightarrow{v}$$

Si l'on note $\overrightarrow{\mathrm{V}_0}$ la vitesse de l'électron à l'instant où l'on coupe le champ, la solution de cette équation différentielle est

$$\boxed{\overrightarrow{v} = \overrightarrow{\mathrm{V}_0}e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

avec $$\tau = \frac{m}{\alpha}$$

Le coefficient τ représente donc le **temps caractéristique** de la décroissance exponentielle de la vitesse de l'électron.

1.b Rappelons tout d'abord l'expression locale de la loi d'Ohm. Si on note $\overrightarrow{\mathrm{J}}$ le vecteur densité de courant volumique, alors la loi d'Ohm locale nous dit que $\overrightarrow{\mathrm{J}}$ est proportionnel au champ électrique, c'est-à-dire

$$\overrightarrow{\mathrm{J}} = \gamma\overrightarrow{\mathrm{E}}$$

où γ est la conductivité électronique. Elle s'exprime en Siemens par mètre.

En régime stationnaire, toutes les grandeurs sont indépendantes du temps. L'équation du mouvement établie à la question précédente nous donne alors

$$0 = -\alpha\,\overrightarrow{v} - e\,\overrightarrow{\mathrm{E}}$$

soit
$$\overrightarrow{v} = -\frac{e}{\alpha}\,\overrightarrow{\mathrm{E}}$$

or
$$\overrightarrow{\mathrm{J}} = -ne\,\overrightarrow{v}$$

donc finalement
$$\boxed{\overrightarrow{\mathrm{J}} = \frac{ne^2}{\alpha}\,\overrightarrow{\mathrm{E}}}$$

On en déduit que la loi d'Ohm est bien vérifiée. Par ailleurs cette équation nous permet d'exprimer la conductivité électronique

$$\gamma = \frac{ne^2}{\alpha}$$

or
$$\alpha = \frac{m}{\tau}$$

Finalement
$$\boxed{\gamma = \frac{ne^2\tau}{m}}$$

1.c L'expression de γ nous permet d'exprimer le temps caractéristique τ comme étant :

$$\boxed{\tau = \frac{m\gamma}{ne^2}}$$

Application numérique : avec les valeurs de l'énoncé, on trouve

$$\tau = \frac{0{,}06 \times 0,91.10^{-30} \times 100}{10^{24} \times (1{,}6.10^{-19})^2} = 2{,}13.10^{-16}\ \mathrm{s}$$

> Ce temps est inférieur à la femtoseconde. On constate donc que lorsque l'échantillon n'est plus soumis à aucun champ, les charges cessent immédiatement leur mouvement. Le fait que τ soit proportionnel à γ s'explique facilement : plus la conductivité augmente, plus les électrons de conduction sont mobiles à l'intérieur du réseau cristallin et, de ce fait, lorsque l'on coupe le champ électrique, ils mettent plus de temps à cesser leur mouvement.

1.d Supposons que le système puisse être assimilé à une nappe de courant infinie d'épaisseur a. L'objectif étant de déterminer le champ magnétique produit par une telle distribution de courant, il est naturel de préciser les symétries de la distribution afin de pouvoir déterminer la direction du champ magnétique.

> Supposer que l'extension latérale est infinie revient en fait à négliger les « effets de bords » et à considérer que le système est invariant par translation. En effet, comme dans beaucoup de domaines de la physique, la présence de bords rend plus difficile le calcul du champ.