X Physique 2 PC — Corrigé

Ce corrigé est proposé par Benoît Lobry (professeur en CPGE) ; il a été relu par Stéphane Ravier (ENS Lyon) et Jean-Julien Fleck (ENS Ulm).

Ce sujet traite d'une méthode de mesure de distances et de vitesses à l'aide d'une diode laser. Il s'agit d'un problème d'une longueur raisonnable portant exclusivement sur la propagation des ondes électromagnétiques.

- Les deux premières parties étudient la diode laser en tant que cavité résonante, puis envisagent, de manière qualitative, l'influence d'un obstacle sur cette cavité. Il en découle alors un principe de mesure de la distance et de la vitesse de cet obstacle.
- Dans la troisième partie, on reprend, quantitativement cette fois-ci, l'influence de l'obstacle sur la cavité laser et les résultats des deux premières parties sont revus et corrigés.
- Enfin, la quatrième partie permet de préciser le principe de mesure déjà envisagé.

Les deux premières parties sont proches du cours et accessibles à tous. Les deux dernières, plus calculatoires, font peut-être insuffisamment appel au sens physique attendu des étudiants de la filière PC.

Indications

Première partie

I.1 Utiliser les hypothèses pour exprimer les trois champs électriques mis en jeu, puis montrer que les champs électrique et magnétique sont continus à la traversée de l'interface.

I.3.a Donner l'expression réelle d'une onde se propageant selon les z croissants en tenant compte de l'expression proposée pour l'indice n_c.

I.3.b L'amplitude complexe doit être inchangée après un aller et retour.

I.4.a Le facteur complexe de la condition laser doit nécessairement être réel.

I.6 Pour calculer I_s, exprimer, en fonction de l'indice n, le coefficient T de transmission en puissance à une interface (milieu $\rightarrow$ vide).

Deuxième partie

II.1 Utiliser les notions d'interférences constructives ou destructives et le phénomène d'émission induite.

II.2.a À l'aide de la question II.1, exprimer une condition sur la fréquence ν aux maximums d'intensité.

II.3 À l'aide de la question II.1, exprimer une condition sur la distance D aux maximums d'intensité.

II.4 À l'aide de la question II.1, exprimer une condition sur le produit $\nu\,\mathrm{D}$ aux maximums d'intensité.

Troisième partie

III.2.a Considérer qu'une onde quittant la cavité laser par la face 2 peut y revenir après un nombre quelconque d'allers et retours dans la cavité extérieure. Calculer alors l'amplitude résultante dans la cavité laser en prenant en compte tous les allers et retours possibles.

III.3.b Utiliser le développement de Taylor, $1+u=\exp u$, puis travailler comme aux questions I.4.a et I.4.b.

Quatrième partie

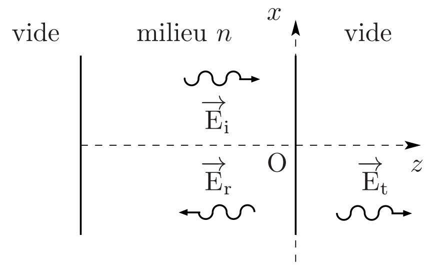
IV.3 Trouver la valeur de p à l'aide de la condition laser en l'absence d'obstacle.

IV.5.a Dans cette question et les suivantes, il faut considérer que la variation de la pente de la droite $\mathrm{A}-\mathrm{B}\,\theta$ n'est pas sensible et faire simplement glisser la droite pour déterminer l'évolution du point de fonctionnement de la cavité.

I. Diode laser

I.1 On commence par écrire l'expression générale de chacune des trois ondes planes progressives harmoniques (OPPH) mises en jeu à l'interface (milieu → vide) que constitue la paroi 2 de la cavité

$$\begin{cases} \overrightarrow{\mathrm{E}}_{\mathrm{i}}\,(\mathrm{M},t) = \overrightarrow{\mathrm{E}}_{0\mathrm{i}}\ \exp i(\overrightarrow{k}_{\mathrm{i}}\cdot\overrightarrow{r} - \omega t) \\ \overrightarrow{\mathrm{E}}_{\mathrm{r}}\,(\mathrm{M},t) = \overrightarrow{\mathrm{E}}_{0\mathrm{r}}\ \exp i(\overrightarrow{k}_{\mathrm{r}}\cdot\overrightarrow{r} - \omega t) \\ \overrightarrow{\mathrm{E}}_{\mathrm{t}}\,(\mathrm{M},t) = \overrightarrow{\mathrm{E}}_{0\mathrm{t}}\ \exp i(\overrightarrow{k}_{\mathrm{t}}\cdot\overrightarrow{r} - \omega t) \end{cases}$$



Les ondes incidente et réfléchie se propagent dans le milieu d'indice n. Nous supposons que le milieu de la cavité est diélectrique, linéaire, homogène et isotrope (d.l.h.i.), sans propriétés magnétiques et parfait, c'est-à-dire isolant, sans charges ni courants libres. Le milieu est transparent donc son indice n est réel. Les OPPH incidente et transmise se propagent dans ce milieu respectivement selon les z croissants et décroissants ; nous avons donc

$$\overrightarrow{k}_{\mathrm{i}} = +n\,\frac{\omega}{c}\,\overrightarrow{e_z} \qquad \text{et} \qquad \overrightarrow{k}_{\mathrm{r}} = -n\,\frac{\omega}{c}\,\overrightarrow{e_z}$$

Enfin, pour l'OPPH transmise qui se propage dans le vide selon les z croissants

$$\overrightarrow{k}_{\mathrm{t}} = +\frac{\omega}{c}\,\overrightarrow{e_z}$$

Dans la suite, nous notons $k = \omega/c$, le module du vecteur d'onde dans le vide. Par ailleurs, nous savons que toute OPPH se propageant dans un milieu d.l.h.i. parfait est transverse électrique et magnétique : les champs électrique et magnétique associés à cette onde sont en tout point perpendiculaires à la direction de propagation donnée par le vecteur d'onde. Dans le cas présent, les champs électriques des trois OPPH considérées sont donc contenus dans le plan $(\overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y})$. Or, ces champs électriques sont supposés polarisés rectilignement, ce qui suppose, par définition, qu'ils ont une direction constante. Cette direction est nécessairement dans le plan $(\overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y})$: nous choisissons de la noter en toute généralité $\overrightarrow{e_x}$. En rassemblant les petits morceaux, il vient

$$\begin{cases} \overrightarrow{\mathrm{E}}_{\mathrm{i}}\,(z,t) = \mathrm{E}_{0\mathrm{i}}\ \exp i(n\,kz - \omega t)\,\overrightarrow{e_x} \\ \overrightarrow{\mathrm{E}}_{\mathrm{r}}\,(z,t) = \mathrm{E}_{0\mathrm{r}}\ \exp i(-n\,kz - \omega t)\,\overrightarrow{e_x} \\ \overrightarrow{\mathrm{E}}_{\mathrm{t}}\,(z,t) = \mathrm{E}_{0\mathrm{t}}\ \exp i(kz - \omega t)\,\overrightarrow{e_x} \end{cases}$$

Afin de calculer le champ magnétique associé à chacune des trois OPPH, nous utilisons une relation, valable dans tout milieu d.l.h.i. entre les champs électrique et magnétique et le vecteur d'onde d'une OPPH

$$\overrightarrow{\mathrm{B}} = \frac{\overrightarrow{\mathrm{K}} \wedge \overrightarrow{\mathrm{E}}}{\omega}$$

En remplaçant dans cette relation les expressions de $\overrightarrow{\mathrm{K}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{E}}$ pour chacune des trois ondes, nous trouvons

$$\left\{\begin{array}{l} \overrightarrow{\mathrm{B}_{\mathrm{i}}}\,(z,t) = \dfrac{n}{c}\,\mathrm{E}_{0\mathrm{i}}\,\exp\,i(n\,kz-\omega t)\,\overrightarrow{e_y} \\ \overrightarrow{\mathrm{B}_{\mathrm{r}}}\,(z,t) = -\dfrac{n}{c}\,\mathrm{E}_{0\mathrm{r}}\,\exp\,i(-n\,kz-\omega t)\,\overrightarrow{e_y} \\ \overrightarrow{\mathrm{B}_{\mathrm{t}}}\,(z,t) = \dfrac{1}{c}\,\mathrm{E}_{0\mathrm{t}}\,\exp\,i(kz-\omega t)\,\overrightarrow{e_y} \end{array}\right.$$

Considérons les relations de passage sur la face 2 à l'interface entre le milieu d'indice n et le vide. Comme les champs électrique et magnétique sont tangents, nous écrivons en $z=0$

$$\left\{\begin{array}{l} \overrightarrow{\mathrm{E}}_{\mathrm{vide}}(0,t) - \overrightarrow{\mathrm{E}}_{\mathrm{milieu}}(0,t) = \overrightarrow{0} \\ \overrightarrow{\mathrm{H}}_{\mathrm{vide}}(0,t) - \overrightarrow{\mathrm{H}}_{\mathrm{milieu}}(0,t) = \overrightarrow{\jmath}_{\mathrm{s,\,libre}} \wedge \overrightarrow{e_z} \end{array}\right.$$

Or, les deux milieux considérés sont sans propriétés magnétiques et parfaits, donc

$$\left\{\begin{array}{l} \overrightarrow{\mathrm{B}} = \mu_0\,\overrightarrow{\mathrm{H}} \\ \overrightarrow{\jmath}_{\mathrm{s,\,libre}} = \overrightarrow{0} \end{array}\right. \qquad \text{et} \qquad \left\{\begin{array}{l} \overrightarrow{\mathrm{E}}_{\mathrm{vide}}(0,t) = \overrightarrow{\mathrm{E}}_{\mathrm{milieu}}(0,t) \\ \overrightarrow{\mathrm{B}}_{\mathrm{vide}}(0,t) = \overrightarrow{\mathrm{B}}_{\mathrm{milieu}}(0,t) \end{array}\right.$$

En prenant en compte l'existence des trois OPPH, il en découle

$$\left\{\begin{array}{l} \overrightarrow{\mathrm{E}_{\mathrm{i}}}(0,t) + \overrightarrow{\mathrm{E}_{\mathrm{r}}}(0,t) = \overrightarrow{\mathrm{E}_{\mathrm{t}}}(0,t) \\ \overrightarrow{\mathrm{B}_{\mathrm{i}}}(0,t) + \overrightarrow{\mathrm{B}_{\mathrm{r}}}(0,t) = \overrightarrow{\mathrm{B}_{\mathrm{t}}}(0,t) \end{array}\right.$$

Il suffit maintenant de remplacer dans ces deux dernières relations les expressions des différents champs prises en $z=0$ pour aboutir aux relations

$$\left\{\begin{array}{l} \mathrm{E}_{0\mathrm{i}} + \mathrm{E}_{0\mathrm{r}} = \mathrm{E}_{0\mathrm{t}} \\ n\,\mathrm{E}_{0\mathrm{i}} - n\,\mathrm{E}_{0\mathrm{r}} = \mathrm{E}_{0\mathrm{t}} \end{array}\right.$$

Définissons les coefficients r et t de réflexion et de transmission en amplitude du champ électrique de l'OPPH incidente à l'interface (milieu $\to$ vide)

$$r = \frac{\mathrm{E}_{0\mathrm{r}}}{\mathrm{E}_{0\mathrm{i}}} \qquad \text{et} \qquad t = \frac{\mathrm{E}_{0\mathrm{t}}}{\mathrm{E}_{0\mathrm{i}}} \qquad \text{alors} \qquad \left\{\begin{array}{l} 1 + r = t \\ n - n\,r = t \end{array}\right.$$

d'où $$\boxed{r = \frac{n-1}{n+1}} \qquad \text{et} \qquad \boxed{t = \frac{2n}{n+1}}$$